

# Landshæðarkerfi Íslands

## ISH2004

### Tækniskýrsla



# Landshæðarkerfi Íslands ISH2004

Höfundur  
Guðmundur Valsson



Útgáfa Landmælingar Íslands  
Mars 2012

Skýrsla nr: LMI-2012/01	Verknúmer: VE001081	Upplag: ~150	Síður: 71	Dreifing: Opin
----------------------------	------------------------	-----------------	--------------	-------------------

Heiti skýrslu / Aðal- og undirtitill:  
Landshæðarkerfi Íslands ISH2004

<b>Höfundar / aðild:</b> Guðmundur Valsson Landmælingar Íslands Þórarinn Sigurðsson Landmælingar Íslands Jón S. Erlingsson Vegagerðin Theodór Theodórsson Landsvirkjun Jaakko Mäkinen Finnish Geodetic Institute Veikko Saarainen Finnish Geodetic Institute	<b>Verkefnisstjóri:</b> Guðmundur Valsson
	<b>Svið:</b> Svið mælinga og landupplýsinga

<b>Unnið fyrir:</b> Landmælingar Íslands	<b>Málsnúmer:</b>
<b>Samstarfsaðilar:</b> Vegagerðin, Landsvirkjun og Finnish Geodetic Institute	

#### Útdráttur:

Í þessari skýrslu er fjallað um uppbyggingu á sameiginlegu hæðarkerfi fyrir Ísland ISH2004. Mælingar á landshæðarnetinu sem er grunnurinn fyrir landshæðarkerfið hófust árið 1992 og standa ennþá yfir. Árið 2007 var tekin sú ákvörðun að reikna hæðarkerfi fyrir Ísland úr þeim gögnum sem þá lágu fyrir í samstarfi við Landmælingastofnun Finnlands (FGI). Útreikningar hófust árið 2008 og lauk í byrjun árs 2011. Í skýrslunni er fjallað um aðdragandann að uppbyggingu á landshæðarnetinu, fjallað er almennt um eiginleika og eðli hæða og hæðarkerfa í landmælingum og farið yfir þær mælingar sem framkvæmdar voru við uppbyggingu á hæðarnetinu. Þá er grein gerð fyrir úrvinnslu á mæligögnum og skilgreiningu á landshæðarkerfinu ISH2004. Í lok skýrslunnar er síðan fjallað um áframhaldandi uppbyggingu á landshæðarkerfinu.

<b>Efnisorð</b> Hæðarkerfi, Hæðarnet, Hæðir, Normalhæðir, Orthómetrískar Hæðir, GPS-mælingar, Þyngdarmælingar, ISH2004	<b>ISBN-númer:</b>
	<b>Aðfanganúmer:</b>

## Efnisyfirlit

Lykilsíða .....	1
Efnisyfirlit .....	2
Myndaskrá .....	5
Töfluskrá.....	6
Kortaskrá .....	7
Inngangur .....	8
Tilkoma hæðarkerfisins .....	9
Munurinn á hæðarneti og hæðarkerfi.....	12
<b>Hæðir og hæðarkerfi .....</b>	<b>12</b>
Jafnmættistölur .....	13
Dýnamískar hæðir .....	15
Orthómetrískar hæðir .....	16
Normalhæðir .....	17
Hæðir yfir sporvölu og tenging þeirra við eðlisfræðilegar hæðir .....	19
<b>Mælingar í hæðarkerfinu .....</b>	<b>22</b>
Fínhallamælingar .....	22
Villa í aflestri .....	22
Stangarkvarðinn .....	22
Sigtisskekkja .....	23
Núllpunktsskekkja .....	25
Hallamælistöng stendur ekki lóðrétt .....	25
Krappi jarðar .....	26
Þyngdarmismunur .....	26
Ljósbrott .....	26

Sig á mælibúnaði .....	28
Hæðarbreytingar á landi .....	28
Tækjabúnaður við mælingar á landshæðarneti .....	29
Framgangur fínhallamælinga .....	30
GPS-mælingar .....	34
Þyngdarmælingar .....	37
Sjávarfallamælingar .....	40
Úrvinnsla gagna .....	42
Samstarf við FGI .....	42
Fínhallamælingar .....	44
Þyngdarmælingar .....	48
Jarðföll (ETC) .....	48
Tímabundið rek í þyngdarmæli (DC) .....	48
Loftþrýstingsleiðrétting (PC) .....	49
Leiðrétting vegna mismunandi tækishæðar (HC) .....	49
Ákvörðun á þyngdarmun .....	49
Þyngdarkort af Íslandi .....	50
Úrvinnsla á þyngdarmælingum .....	50
Jafnmættistölur .....	51
Útjöfnun og skekkjugreining .....	53
GPS-mælingar .....	56
Sjávarfallamælingar .....	58
Skilgreiningar á hæðarkerfinu .....	59
Útreikningur á „Zero Tide“ leiðréttingu .....	59
Útreikningur á normalhæðum .....	59
Landshæðarkerfi Íslands ISH2004 .....	59

Samanburður við sjávarfallamælingar .....	60
Tenging við alþjóðlegt þyngdarlíkan .....	60
Framtíð og áframhaldandi uppbygging hæðarkerfisins .....	61
Áframhald mælinga .....	61
Ný geóíða .....	62
Lokaorð .....	63
Heimildaskrá .....	64
Vefsíður .....	66
Summary .....	67
Reglugerð um landshæðarkerfi Íslands .....	69

## Myndaskrá

Mynd 1. Tillaga Gunnars Þorbergssonar að hæðarneti fyrir Ísland .....	11
Mynd 2. Uppstilling við hallamælingar .....	13
Mynd 3. Finhallamælingar og þyngdarsviðið .....	14
Mynd 4. Orthómetrísk hæð .....	16
Mynd 5. Normalhæðir .....	19
Mynd 6. Samhengi milli sporvöluhæða og geóíðuhæða .....	20
Mynd 7. Sigtisskekkja .....	24
Mynd 8. Aðferð Förstners .....	25
Mynd 9. Áhrif krappa jarðar .....	26
Mynd 10. Ljósbrott í hallamælingum .....	27
Mynd 11. Uppstilling á færanlegum sjávarfallamæli .....	41
Mynd 12. Skekkjudreifing í GPS-mælingum í hæðarnetinu .....	57

## Töfluskrá

Tafla 1. Frávik eftir gráðu hæðarneta .....	10
Tafla 2. Tækjabúnaður sem notaður var við finhallamælingar á landshæðarnetinu .....	29
Tafla 3. Afköst hvers sumars í finhallamælingum .....	32
Tafla 4. Þátttakendur í finhallamælingum á landshæðarneti .....	33
Tafla 5. Þátttakendur í GPS-mælingum í landshæðarnetinu .....	36
Tafla 6. Mæliherferðir og þátttakendur í þyngdarmælingum í landshæðarnetinu .....	39
Tafla 7. Þátttakendur í kvörðun á sjávarfallamælum .....	40
Tafla 8. Lokun á lykkjum í hæðarnetinu .....	54
Tafla 9. Frávik og skekkjugreining á tengingum við sjávarfallamæla í hæðarnetinu .....	55
Tafla 10. Helstu stillingar við úrvinnslu á GPS-gögnum í hæðarnetinu .....	56
Tafla 11. Samanburður á normalhæðum og meðalsjárhæð .....	60



## Kortaskrá

Kort 1. Mælingar hvers árs í landshæðarnetinu .....	31
Kort 2. GPS-mælingar í landshæðarneti .....	35
Kort 3. Þyngdarmælingar í landshæðarneti .....	38
Kort 4. Sjávarfallamælar sem eru tengdir við hæðarnetið .....	41
Kort 5 Lykkjulokun á hrárum fínhallamælingum .....	45
Kort 6. Líkan af hæðarbreytingum af Íslandi .....	46
Kort 7. Þyngdarkort af Íslandi .....	51
Kort 8 Lykkjulokun við loka útjöfnun .....	55

## Inngangur

Þann 16. mars 2011 var gefið út í fyrsta sinn sameiginlegt hæðarkerfi fyrir Ísland. Kerfið er kallað Landshæðarkerfi Íslands og viðmiðunin ISH2004. Tilkoma sameiginlegs hæðarkerfis eru stór tímamót í sögu landmælinga á Íslandi. Á sama hátt og viðmiðunin ISN93 skapaði grundvöll fyrir alla til að vinna í sama hnitakerfi mun ISH2004 skapa grundvöll fyrir alla til að vinna í sama hæðarkerfi.

Uppbygging á hæðarkerfi er mikið langhlaup og taka mælingar á þess háttar kerfum mörg ár, jafnvel áratugi, hvort sem horft er til mælinga hér á landi eða í öðrum löndum sem við kjósum að bera okkur saman við. Þá eru hæðir og eiginleikar þeirra talsvert flóknari en virðist við fyrstu sýn og spilar þyngdarkrafturinn þar stórt hlutverk. Það er því ekki einungis nóg að framkvæma fínhallamælingar til þess að byggja upp hæðarkerfi heldur þurfa að koma til þyngdarmælingar auk þess sem hyggilegt er að framkvæma GPS-mælingar með reglulegu millibili í hæðarnetinu.

Mælingar á landshæðarneti hófust árið 1992 og standa ennþá yfir. Hins vegar var sú ákvörðun tekin árið 2007 að reikna út úr þeim gögnum sem til voru á þeim tíma og gera úr þeim fyrsta sameiginlega hæðarkerfið fyrir Ísland.

Í þessari skýrslu er farið yfir tilkomu mælinga á landshæðarneti og hvernig landshæðarkerfið og viðmiðunin ISH2004 varð til. Þegar hefur verið gefin út skýrsla með hæðum á um 3000 fastmerkjum í hæðarkerfinu auk þess sem reglugerð um landshæðarkerfið var gefin út í febrúar 2012. Þá er fjallað um einkenni hæða og hæðarkerfa og farið yfir þær mælingar sem liggja að baki landshæðarkerfinu og úrvinnslunni á þeim. Auk þess er fjallað um áframhaldandi mælingar í landshæðarnetinu og útreikninga á nýrri geóíðu fyrir Íslands sem tengd er við landshæðarkerfið.



## Tilkoma hæðarkerfisins

Umræðan um sameiginlegt hæðarkerfi fyrir Ísland nær allt aftur til 1971 en þá var ein af niðurstöðum ráðstefnu Verkfræðingafélags Íslands sú að nauðsynlegt væri að koma á einu sameiginlegu hæðarkerfi fyrir allt landið (Ragnar Árnason, 1972).

Í erindi sínu Hæðarmælingar á Íslandi varpaði Ragnar Árnason fram tveimur mjög mikilvægum spurningum um hæðarkerfi sem áttu við bæði þá og nú. Hvernig er hæðarkerfi notað og hvaða kröfur gerir mismunandi notkun eða notendur til hæðarkerfa? Ragnar svaraði þessum spurningum með eftirfarandi hætti:

### Hvernig er hæðarkerfi notað?

- Til hæðarviðmiðunar korta í stórum og litlum mælikvarða;
- Til viðmiðunar mannvirkja s.s. bygginga, vegagerðar, framræslukerfa, áveitugerðar og orkuvirkja;
- Til könnunar á hreyfingum jarðskorpunnar, bæði staðbundnum og svæðisbundnum svo og til könnunar á missigi mannvirkja;
- Til rannsókna á lögun jarðar, geóíðurannsóknir<sup>1</sup>.

### Hvaða kröfur gerir mismunandi notkun eða notendur til hæðarkerfa?

- Að kerfið sé aðgengilegt þannig að það valdi notandanum ekki óhóflegri fyrirhöfn og kostnaði, miðað við stærð verkefnisins, að tengja mælingar við kerfið;
- Að kerfið sé varanlegt í tíma þannig að kerfispunktarnir sem bera upp könnun á einum tíma séu nothæfir við mannvirkjagerð á öðrum tíma, e.t.v. áratugum síðar;
- Að kerfið sé nákvæmara eða eins nákvæmt og þær mælingar sem notandinn hefur með höndum þannig að hann geti tengt sig mótsagnalaust við kerfið á fleiri en einum stað og að ekki komi til þess að nákvæmniskröfur notandans séu strangari en kerfið getur gefið. Æskilegt er að nákvæmnin sé af æðri gráðu en notkunin.

Einnig kom fram að flest stærri bæjar- og sveitarfélög auk margra stofnana voru með staðbundin hæðarkerfi víða um land. Fjöldi kerfa og misræmið á milli þeirra hefði oft í för með sér nokkuð kostnaðarsamar mælingar vegna einstakra framkvæmda sem unnar eru í flýti þannig að meiri hætta er á skekkjum. Þá væri ekki tryggt að mælingarnar væru nothæfar eða aðgengilegar fyrir aðra en þá sem að framkvæmdinni standa.

<sup>1</sup>.  
*Geóíða = geoid. Geóíða er einnig kölluð láflötur á íslensku.*

Ragnar endaði erindi sitt á eftirfarandi orðum:

„Að halda þessu áfram með þessum hætti er ekki fært. Við erum ekki svo fátækir, að nauðsynlegt sé að lifa svo frá hendinni til munnsins í þessum efnum eins og gert hefur verið til þessa. Stjórnvöldin í landinu verða að sjá til þess, að raunhæfar úrbætur verði gerðar, sem miðast ekki eingöngu við þarfir dagsins í dag, heldur einnig við kröfur morgundagsins.“

Lítið gerðist þó í þessum málum fyrr en árið 1991 þegar umhverfisráðuneytið skipaði vinnuhóp til að fjalla um stöðu landmælinga á Íslandi í tengslum við tilraunaverkefni um gerð staðfræðikorta, gróðurkorta og landupplýsingakerfis. Hópurinn skilaði lokaskýrslu árið 1993. Farið var m. a. yfir stöðu hæðarkerfa á Íslandi og kom fram að mörg kerfi voru í gangi á vegum ýmissa stofnana og sveitarfélaga og oft var talsverður munur á þessum kerfum, jafnvel nokkrir metrar (Bragi Guðmundsson o.fl. 1993). Til þess að bæta úr þessu fékk Gunnar Þorbergsson starfsmaður Orkustofnunar það verkefni að hanna fyrsta hæðarkerfi Íslands. Landmælingahópurinn notaði síðan tillögu Gunnars sem fólst í því að mælt yrði 3000 km landshæðarnet með þjóðvegum og hálendisvegum auk þess sem tengt yrði við þéttbýlisstaði, sjávarfallamæla og eldri hæðarnet. Tillögu starfshópsins er að finna á mynd 1. Hópurinn lagði til að nákvæmni netsins svaraði til 2° og 3° hæðarnets, sjá töflu 1. Mælt yrði með Invarstöngum með leiðréttingatöflum til að minnka kvarðaskekku. Fjarlægð milli fastmerkja yrði 0.5-2 km eftir aðstæðum og reynt yrði að notast við eldri fastmerki eins og kostur væri en nýjum merkjum bætt við eftir þörfum. Þá yrði einnig þyngdar- og GPS-mælt með 3-5 km bili í kerfinu. Þá gerði hópurinn áætlun um mælingar á netinu og var gert ráð fyrir að verkið tæki 5 ár. Gert var ráð fyrir að þrjár mælihöpar yrðu gerðir út að jafnaði í 60 daga á sumri og að afköst væru um 3 km á dag að jafnaði. Hópurinn gerði ekki áætlun um undirbúning eða úrvinnslu á mælingunum.

Flokkur	Mesta frávik
1° hæðarnet	2.0 vs
2° hæðarnet	3.2 vs
3° hæðarnet	6.0 vs

Tafla 1. Frávik eftir gráðu hæðarneta.

Fyrsti vísir að hæðarkerfinu var lagður árið 1992 þegar Vegagerðin og Orkustofnun fínhallamældu frá Reykjavík yfir Hellisheiði, um þrengsli að Hveragerði og áfram til Selfoss. Auk þess mældi Vegagerðin á Snæfellsnesi sama ár. Mjög lítið var mælt sumarið 1993 en þá fór mest öll orka landmælingasamfélagsins á Íslandi í mælingar á nýju grunnstöðvaneti. Vegagerðin hóf síðan að gera út sérstakan hallamæliflokk sumarlangt árið 1994.

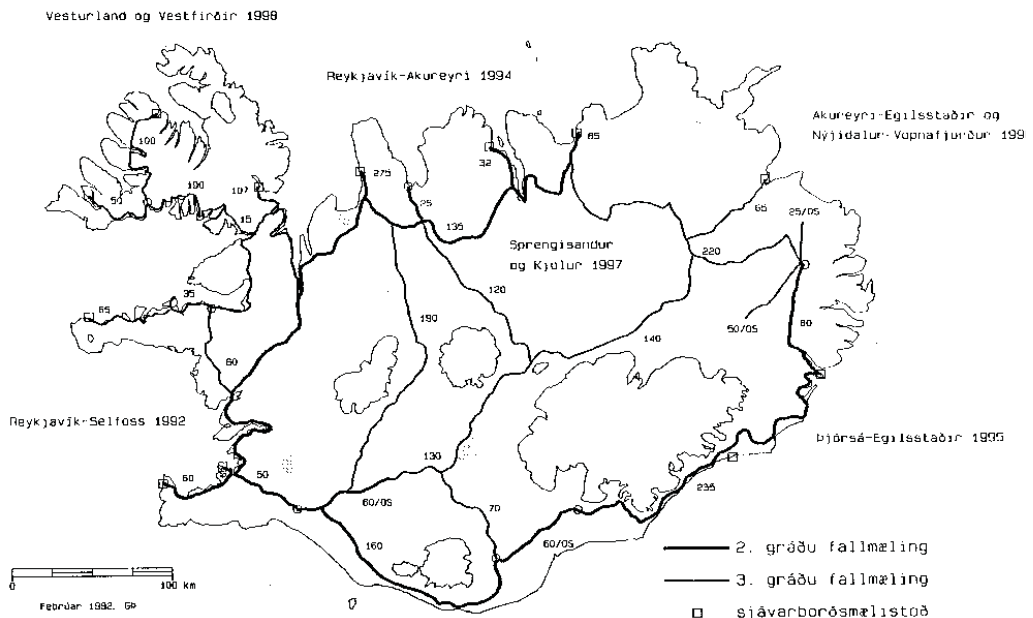
Árið 1994 fóru fram fínhallamælingar á vegum Landmælinga Íslands, Orkustofnunar og Vegagerðarinnar til rúmlega 60 stöðva í grunnstöðvanetinu (Ingvar Þór Magnússon, 1997). Þessar mælingar voru liður í því að afla upplýsinga til ákvörðunar á nýrri geóíðu fyrir Ísland.

Stærsti veikleikinn við þessar mælingar er að hæðir mælistöðva grunnstöðvanetsins eru í allmörgum staðbundnum hæðarkerfum og munurinn á milli þeirra er ekki alltaf þekktur. Þetta minnkar nákvæmni geóíðunnar að nokkru leyti.

Vegagerðin hefur stundað mælingar í hæðarnetinu samfleytt frá árinu 1992 að undanskildu árinu 2004 en þá fór allur kraftur þeirra í endurmælingu grunnstöðvanetsins. Landsvirkjun og Landmælingar Íslands komu formlega að verkefninu árið 2000 en frá árinu 1998 hafði Landsvirkjun mælt á Sprengisandi og hafa þær mælingar verið notaðar við uppbyggingu á landshæðarnetinu.

Landmælingar Íslands hafa haft yfirumsjón með verkefninu síðan 1999 og verkefnisstjórn verið í höndum Þórarins Sigurðssonar mælingarverkfræðings. Guðmundur Valsson, mælingarverkfræðingur hjá sömu stofnun, hefur stýrt allri úrvinnslu og útreikningum á hæðarkerfinu. Þeir Jón S. Erlingsson Vegagerðinni og Theodór Theodórsson Landvirkjun hafa haft umsjón með verkefninu fyrir hönd sinna stofnana.

Nánar verður farið yfir framgang fínhallamælinganna í sérstökum kafla hér á eftir.



MYND 6. Tillaga að fallmælingum 1994-1998

Mynd 1. Tillaga Gunnars Þorbergssonar að hæðarneti fyrir Ísland.

## Munurinn á hæðarneti og hæðarkerfi

Oft hefur hugtökunum hæðarneti og hæðarkerfi verið ruglað saman og er því sjálfsagt að útskýra muninn hér í stuttu máli. Hæðarneti eru í raun fastmerkin sem mælingarnar eru framkvæmdar á. Út frá þessum mælingum er svo reiknað út hæðarkerfi. Eins og kemur fram í köflunum hér á eftir eru til margar leiðir til að reikna hæðir og í sjálfu sér mætti reikna margs konar hæðarkerfi út frá sömu mælingum á sömu punktum.

## Hæðir og hæðarkerfi

Í skýrslu sem fjalla á um hæðir og hæðarkerfi er ekki úr vegi að skoða fyrst eðli og eiginleika þeirra. Ekki verður farið mjög djúpt í formúlur bak við það sem fjallað verður um hér en hægt er að kynna sér þau fræði með því að skoða bækur eins og Physical Geodesy eftir Bernhard Hofmann-Wellenhoff og Helmut Moritz. Þá er einnig vert að benda á greinaflokkinn What Does Height Really Mean eftir Tomas H. Meyer o.fl. Sá greinaflokkur fjallar á nokkuð aðgengilegan hátt um eiginleika hæða og hæðarkerfa.

Hvað er hæðarkerfi? Hæðarkerfi er hnitakerfi í einni vídd sem skilgreinir vegalengd punkts frá viðmiðunarfleti eftir vel skilgreindri leið (Featherstone & Kuhn, 2008). Þótt þetta hljómi einfalt þá er hægt að skilgreina hæð á punkti á marga ólíka vegu og hver skilgreining gefur okkur ólíka hæð á sama punktinum. Því þarf að fara nokkuð varlega þegar unnið er með hugtakið hæð.

Það eru einkum tveir þættir sem hafa áhrif á hæðir sem við erum að vinna með hverju sinni; það er val á viðmiðunarfleti (núllfleti) og, það sem er minna þekkt, leiðin sem farin er þegar hæðin er mæld.

Það má skipta hæðarkerfum í tvo flokka: einn sem tekur ekki tillit til þyngdarsviðs jarðar og mælir hæðina eftir beinum línunum, t.d. sporvöluhæðir fengar með GNSS<sup>2</sup> mælingum, og hins vegar hæðir sem tengdar eru jafnmættisyrforðum og lóðlínunum þyngdarsviðs jarðar og fylgja bogadregnum línunum. Þær síðarnefndu hafa á margan hátt hagnýtara gildi og betri skírskotun til skilnings hins almenna borgara á hæðum. Tökum sem dæmi verkefni þar sem hæð er notuð til þess að ákvarða flæði á vökvu t.d. í frárennsliskerfi. Við gerum ráð fyrir að vökvu flæði niður í móti þ.e. frá herra hæðargildi til lægra hæðargildis. Hins vegar er það í raun þyngdarkrafturinn sem stjórnar flæði vökvans en ekki sjálf hæðin. Séum við með hæðarkerfi þar sem ekki er tekið tillit til þyngdarkraftsins getum við séð dæmi um það að vatn streymi upp í móti, miðað við þau hæðargildi sem við höfum.

Það eru til nokkrar gerðir af hæðum og hæðarkerfum sem tengd eru við þyngdarsvið jarðarinnar. Munurinn á þessum kerfum liggur fyrst og fremst í því hvernig þyngdarsviðið

2.  
*Almennt er talað um GNSS (global navigation satellite system) sem samheiti yfir mismunandi gervihnattaleiðsögukerfi eins og GPS, GLONASS, GALILEO, o.fl. Til einföldunar verður heitið GNSS notað í þessari skýrslu þar sem það á við. Hinnsvegar verður notast við skammstöfunina GPS þegar eingöngu er átt við mælingar á úr GPS gervitunglum.*

er meðhöndlað og hvers konar viðmiðunaryfirborð er valið. Þessi kerfi eiga það þó sameiginlegt að þau eru öll byggð á svokölluðum jafnmættistölum<sup>3</sup>.

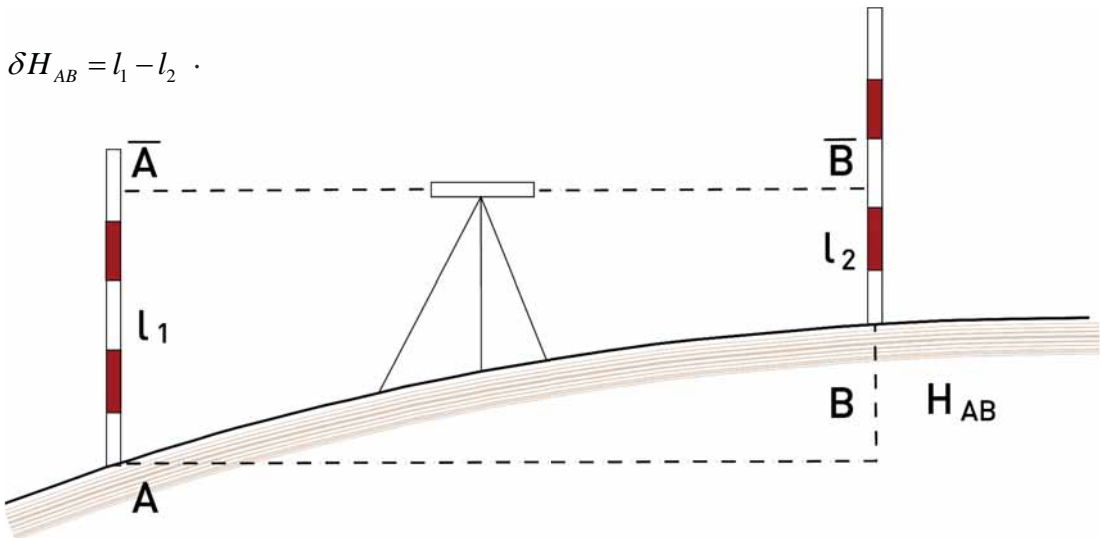
## Jafnmættistölur

Jafnmættistala er munurinn á þyngdarmætti  $W$  í þeim punkti sem er til skoðunar hverju sinni og á þyngdarmætti viðmiðunaryfirborðsins  $W_0$ , oft tengt við einhvers konar meðal sjávarhæð. Þetta er táknað með eftirfarandi formúlu:

$$C = W - W_0$$

vökvi flæðir á milli punkta með mismunandi gildi en er kyrr ef gildið er það sama. Hins vegar eru jafnmættistölur ekkert sérstaklega hagkvæmar í notkun þar sem einingin á þeim er  $m^2/s^2$ , vanalega táknað með  $g$ pu. Til þess að jafnmættistölurnar fái hagnýtt gildi er þeim breytt í hæð eða lengd með því að deila einhvers konar þyngdarhröðunargildi með eininguna  $m/s^2$ . Það er misjafnt hvernig þetta er gert og nánar verður farið í það síðar í kaflanum. Annað vandamál við jafnmættistölur er að það er ekki hægt að mæla þær. Í staðinn er notast við halla- og þyngdarmælingar til þess að ákvarða mættismun á milli punkta og þar með jafnmættistölur þegar tenging þeirra við núllflöt hefur verið ákvörðuð. Grundvallaratriði bak við hallamælingar eru mjög vel þekkt. Til að mæla hæðarmun milli tveggja punkta A og B er hallamælistöngum stillt upp lóðrétt í báðum punktum og hallamælitæki stillt upp á milli þeirra þannig að sigtslínan er hornrétt á stefnu þyngdarkraftsins (sjá mynd 2). Þar sem línan  $\overline{AB}$  er lárétt þá er mismunur á stangarflæstrunum  $l_1 = \overline{A\overline{A}}$  og  $l_2 = \overline{B\overline{B}}$  hæðarmismunurinn

$$\delta H_{AB} = l_1 - l_2 \cdot$$



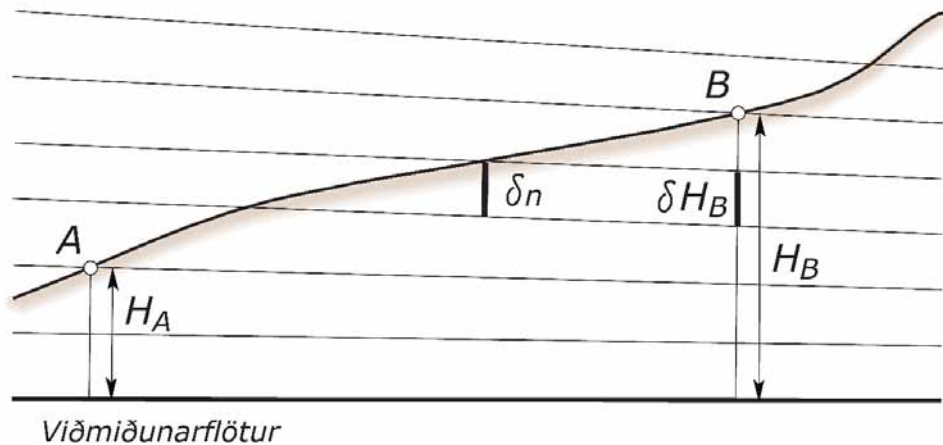
Mynd 2. Uppstilling við hallamælingar.

<sup>3</sup>.  
Enska heitið fyrir jafnmættistölu er *geopotential number*.

Hæðir eru svo fluttar á milli staða þannig að stöngin sem er á punkti A er færð á punkt C og hallamælitæki fært mitt á milli stanganna í B og C síðan er gerð önnur mæling. Stöngin sem er á B er þá færð á punkt D og svo koll af kolli.

Sé mælt í lokaðri lykku þannig að endað er í sama punkti og byrjað var í, t.d. hringinn í kringum Ísland, þarf summa mælinganna ekki endilega að vera núll eins og búast mætti við jafnvel þótt mælt sé með fullkominni nákvæmni.

Lítum nánar á þetta. Mynd 3 sýnir grundvallaratriðið.



Mynd 3 Fínhallamælingar og þyngdarsviðið

Látum punkta A og B vera svo langt frá hvorum öðrum að endurtaka þurfi uppstillinguna á mynd 2 margsinis. Summan á hæðarmismuninum verður ekki sú sama og réttmældur hæðarmunur. Ástæðan er sú að hæðaraukningin  $\delta n$  eins og hún verður kölluð hér eftir er ekki samsvarandi hæðaraukningu  $\delta H_B$  í punkti  $H_B$ , vegna þess að jafnmættisyrifborðin eru ekki samsíða. Þarna kemur svo þyngdarkrafturinn inn í málið. Ef við tökum tillit til þyngdarkraftsins hjá  $\delta n$  og  $\delta H_B$  og skoðum síðan mættismuninn  $\delta W$  þá fáum við formúluna:

$$-\delta W = g \delta n = g' \delta H_B$$

$g$  er þyngdarhröðunin þar sem hallamælitækið stendur en  $g'$  er þyngdarhröðunin eftir lóðlínu B á  $\delta H_B$ , þar af leiðandi verður:

$$\delta H_B = \frac{g}{g'} \delta n \neq \delta n$$



Það er því ekki beint rúmfræðilegt samband á milli niðurstaðna hallamælinga og raunverulegs hæðarmismunar heldur eðlisfræðilegt. En hvað er það þá sem við fáum út úr hallamælingum ef ekki hæð? Ef þyngdarhröðun er einnig mæld í standpunkti hallamælitækisins þá er

þannig að við fáum

$$\partial W = -g \partial n$$

Niðurstaðan er því sú að sé hallamælingum blandað saman við þyngdarmælingar fáum við

$$W_B - W_A = -\sum_A^B g \partial n$$

mættismun sem er sá eðlisfræðilegi eiginleiki sem við erum að leita eftir. En hvernig reiknum við hæðir út frá jafnmættistölum? Hér á eftir verður fjallað um þrenns konar gerðir hæða sem hægt er að reikna út frá jafnmættistölum; dýnamískar-, orthómetrískar- og normalhæðir.

## Dýnamískar hæðir

Dýnamískar hæðir er sú gerð hæða sem mest er tengd jafnmættistölunum. Jafnmættistölunum er einfaldlega deilt með föstu þyngdargildi:

$$H^{dyn} = \frac{C}{\gamma_0}$$

Oftast er normalþyngd á 45. breiddargráðu valin  $\gamma_{45^\circ}$ . Þessar hæðir hafa sömu einkenni og jafnmættistölur fyrir utan það að þær hafa eininguna m. Vökvi flæðir frá hærri til lægri hæðar og fræðileg lykkjulokun er núll. Hins vegar hafa dýnamískar hæðir enga sérstaka rúmfræðilega skirskotun. Munurinn milli mælds hæðarmismunar og dýnamíks hæðarmismunar getur verið talsverður ef þyngdargildið sem er valið er ekki í samræmi við það gildi sem á við á mælisvæðinu. Sé  $\gamma_{45^\circ}$  notað á Íslandi verður dýnamísk leiðrétting um 1.6-1.8 mm á hvern metra. Þetta er of stór leiðrétting til þess að notendur hæðarkerfisins geti verið sáttir jafnvel í grófari mælingaverkefnum. Til gamans má geta að hæð Hvannadalshnjúks myndi hækka um u.þ.b. 3.5 m væri ákveðið að nota dýnamískar hæðir.



Orthómetrískar hæðir hafa einkum tvo galla. Punktur með sömu orthómetrísku hæð hafa ekki endilega sömu jafnmættistölu. Ef svo ætti að vera þyrfti meðalþyngdarhröðun í þessum punktum að vera sú sama. Hins vegar er þyngdarhröðunin háð hæð, hnattstöðubreidd og massadreifingu í nágrenni punktsins og því breytileg bæði í stærð og stefnu. Þetta getur leitt til þess að vatn virðist flæða upp í móti samkvæmt hæðargildum en til þess að það gerist þurfa mjög sérstakar aðstæður að vera fyrir hendi.

Seinna vandamálið er að ekki er hægt að reikna orthómetrískar hæðir nema með því að meta eðlisþyngd þess jarðlags sem er fyrir ofan geóíðuna en það eru nauðsynlegar upplýsingar til þess að reikna meðalþyngdarhröðunina eftir lóðlinunni. Þar sem ekki er hægt að mæla meðalþyngdarhröðun beint hefur verið notast við ýmis konar nálganir. Einfaldasta og algengasta nálgunin er að reikna svokallaðar Helmert-hæðir. Þá er

$$\bar{g} = g + 0.0424H$$

Þar sem  $g[\text{Gal}]^4$  er mæld þyngdarhröðun í punkti P og  $H[\text{km}]$  er nálgæð gildi fyrir hæð í punktinum. Þessi aðferð byggir á svokallaðri „Prey reduction“ (Hoffmann-Wellenhof og Moritz, 2005, kafli 3.5). Fastinn 0.0424 er tengdur meðal eðlisþyngd jarðar/ $\rho=2.67\text{g/cm}^3$ . Samkvæmt formúlunni fyrir orthómetríska hæð verður

$$H^o = \frac{C}{g + 0.0424H}$$

Við sjáum að H er báðum megin við jafnaðarmerkið. Hins vegar er formúlan ekki mjög viðkvæm fyrir skekkju í hæðarþættinum og það þarf í mesta lagi eina itrún til þess að ná stöðuleika í lausninni. Það eru til nokkrar aðrar aðferðir og nákvæmari til þess að ákvarða orthómetrískar hæðir. Flestar taka þær meira tillit til landslags og eru talsvert flóknari og umfangsmeiri í útreikningum. Nokkru getur munað á þessum aðferðum og Helmert-hæðum, sérstaklega þegar komið er upp í miklar hæðir.

## Normalhæðir

Til þess að komast hjá því að ákvarða meðal þyngdarhröðun eftir lóðlinu setti Molodensky fram hugmyndina um normalhæðir (Molodensky 1945). Aðferðin gerir ráð fyrir að þyngdarsvið jarðar sé þverstætt<sup>5</sup> sem þýðir að raunverulegt þyngdarmætti sé jafnt þverstæðu þyngdarmætti. Normalhæð er skilgreind með formúlunni:

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}}$$

Þar sem  $\bar{\gamma}$  er hliðstæða  $\bar{g}$  fyrir orthómetrískar hæðir.  $\bar{\gamma}$  er hægt að reikna og er einungis háð þeirri viðmiðunarsporvölu sem valin er (oftast GRS80) og breiddargráðu  $\varphi$  þess punkts sem við höfum áhuga á:

<sup>4</sup> Einingin Gal er nefnd eftir Galileo og er  $1 \text{ Gal} = 10^{-2}\text{ms}^{-2}$ .

<sup>5</sup> Þverstætt = normal.

$$\bar{\gamma} = \gamma_0 \left[ 1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H'}{a} + \frac{H'^2}{a^2} \right]$$

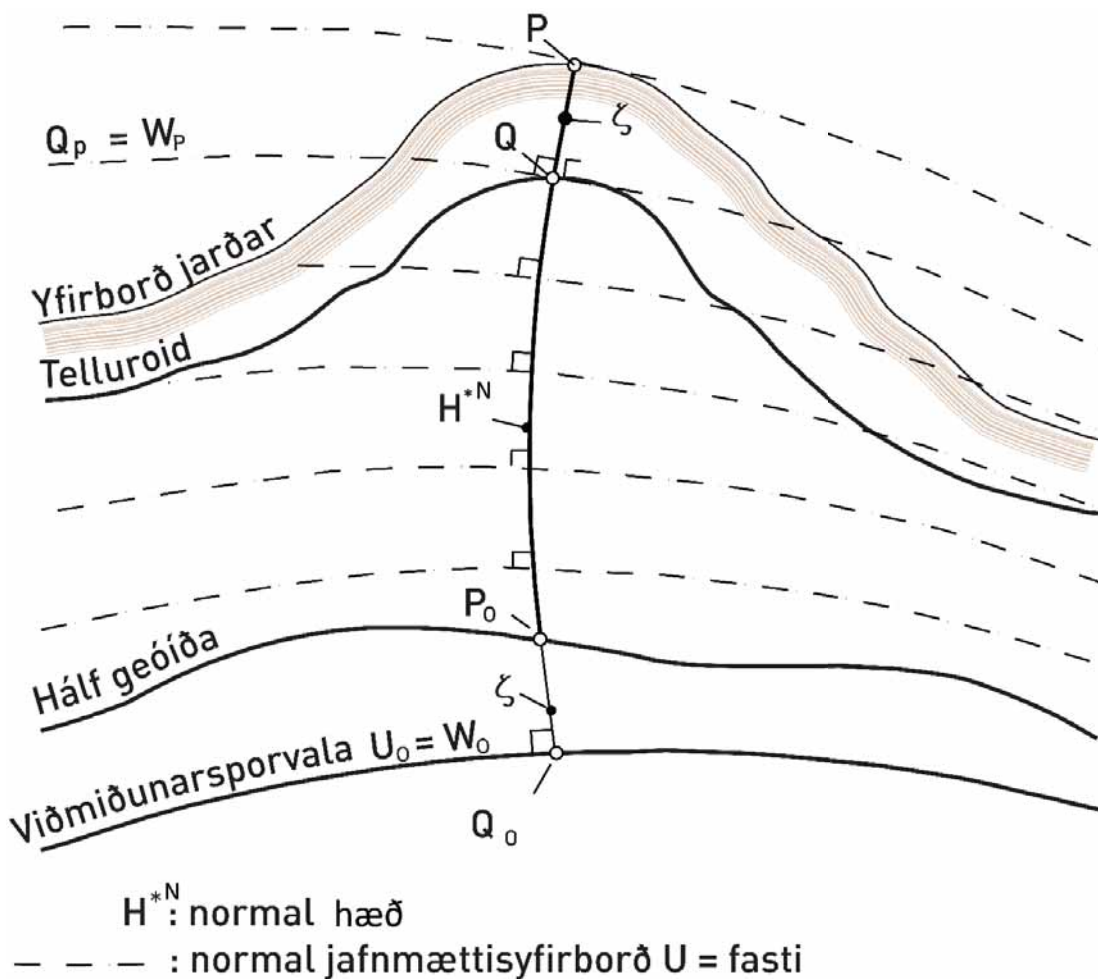
Þar er  $\gamma_0$ :

$$\gamma_0 = 9.7803267715 \left( 1 + 0.0052790414 \sin^2 \varphi + 0.0000232718 \sin^4 \varphi + 0.0000001262 \sin^6 \varphi + 0.0000000007 \sin^8 \varphi \right) ms^{-2}$$

og  $a$  er rADIUS jarðar við miðbaug,  $f$  er pólfletja og  $m$  er hlutfall miðflóttahröðunar við þverstæða þyngd á miðbaugi. Þessa fasta má finna í flestum textabókum sem fjalla um landmælingafræði t.d. Geodesy eftir Wolfgang Torge (Torge, 2001).  $\varphi$  er breiddargráða þess punkts sem verið er að reikna.  $H'$  er nálgæð hæðargildi á  $H_N$  og því þarf að beita ítrun til þess að fá endanlega lausn. Séu hrá hæðargildi frá hallamælingum notuð gengur ítrunin hratt fyrir sig og vanalega þarf ekki að framkvæma hana nema einu sinni.

En hvað þýðir þetta? Þyngdarsvið jarðar er ekki alveg þverstætt. Hugsum okkur punkt  $P$  á yfirborði jarðar. Þessi punktur hefur þyngdarmætti  $W_P$  yfir geóíðunni og einnig þyngdarmætti  $U_P$  yfir viðmiðunarsporvölunni. Almennt séð er  $W_P \neq U_P$ . Hins vegar er viss punktur  $Q$  á lóðlínunni þar sem  $W_P = Q_P$  það er normalhæð (Hoffmann-Wellenhof & Moritz, 2005). Þannig að normalhæð í punkti  $P$  er þá ekkert annað en sporvölhæð  $Q$  yfir viðmiðunarsporvölunni, rétt eins og orthómetríska hæðin á  $P$  er hæð  $P$  yfir geóíðunni. Fjarlægðin milli  $P$  og  $Q$  kallast hæðarfrávik táknað með  $\zeta$ . Yfirborðið sem normalhæð punkta myndar yfir viðmiðunarsporvölunni kallast telluroid. Oft er þessu snúið á hvolf þannig að hæðarfrávikin er sett yfir sporvöluna og myndar það þá yfirborð sem kallast hálfgeóíða. Til þess að glöggva sig betur á þessu er gott að skoða mynd 5.

<sup>6</sup>  
Hálfgeóíða = quasigeoid



Mynd 5. Normal hæð.

Hálfgeóíða er ekki jafnmættisyfirborð eins og geóíðan og er það fórnarkostnaðurinn. Munurinn er þó ekki mikill og þær skerast í  $W_0$ . Munurinn vex eftir því sem hæðin er meiri. Ætla má að það geti munað um 4 cm í hæstu punktum hæðarkerfisins á Íslandi. Á láglandi (undir 250 m) munar þó minna en 1 cm.

Þar sem ekki þarf að breyta nálgunum við að reikna normalhæðir hafa þær náð töluverðum vinsældum. Öll Norðurlöndin nema Danmörk nota normalhæðir. Auk þess eru þær notaðar í Þýskalandi og í nær allri Austur-Evrópu. Þá eru normalhæðir notaðar í sameiginlegu hæðarkerfi Evrópu EVRS (European Vertical Reference System).

## Hæðir yfir sporvölu og tenging þeirra við eðlisfræðilegar hæðir

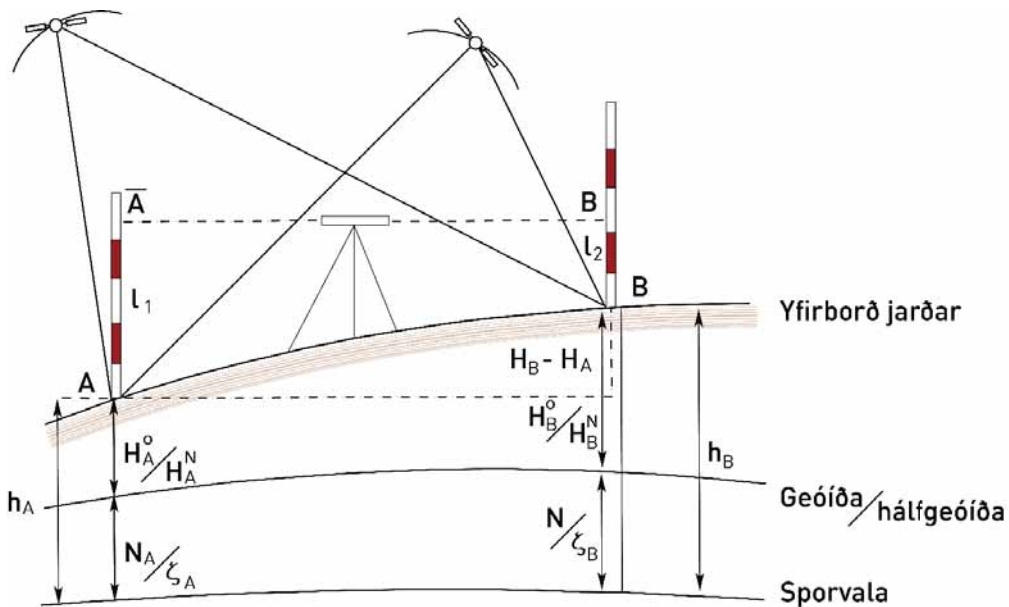
Með tilkomu GNSS eru hæðir yfir sporvölu mun aðgengilegri en áður en eins og áður hefur verið sagt þá hafa þessar hæðir ekki eðlisfræðilega skírskotun og mældur hæðarmunur með

GNSS er oftast annar en sá sem við fáum út úr hallamælingum. Sé sambandið milli sporvölu og geóíðu/hálfgeóíðu hins vegar þekkt þá er hægt að ákvarða orthómetríska- eða normalhæðir með GNSS. Sambandið er ritað með eftirfarandi formúlum:

$$H^O = h - N \quad \text{fyrir orthómetrískar hæðir}$$

$$H^N = h - \zeta \quad \text{fyrir normalhæðir}$$

þar sem  $h$  er sporvöluhæð,  $N$  er geóíðufrávik og  $\zeta$  er hálfgeóíðufrávik. Þetta samband er sýnt á mynd 6.



Mynd 6. Samhengi milli sporvöluhæða og geóíðuhæða.

Það væri auggjóst hagræði að því að geta ákvarðað eðlisfræðilegar hæðir með GNSS mælingum þar sem þær eru ekki jafn tímafreakar og hallamælingar auk þess sem þær eru ekki jafn viðkvæmar fyrir veðrum og vindum. Það eru hins vegar tveir þættir sem eru takmarkandi; það er hversu nákvæmt geóíðufrávikid er ákvarðað og þar með hvar geóíðan er á hverjum stað og hversu nákvæmt sporvöluhæðinar eru ákvarðaðar.

Á síðustu áratugum hefur eitt stærsta verkefni landmælingafræðanna verið að ákvarða geóíður með sem nákvæmustum hætti. Markmiðið hefur verið að ákvarða geóíðuna með 1 cm nákvæmni (Forsberg, 2000). Til þess að ná fram þessari nákvæmni þarf mikið magn af margs konar gögnum. Um er ræða nokkuð þéttar og nákvæmar þyngdarmælingar á því svæði sem við ætlum að reikna, upplýsingar um landslag á svæðinu með sem nákvæmustum hæðarlíkönum og upplýsingar um yfirborð, t.d. þykkt jökla.

Þá þarf þyngdarmæligögn frá gervitunglum (GOCE, GRACE) og frá hæðarmælingum gervitungla auk nákvæmra sporvöluhæða á fínhallamældum punktum í því hæðarkerfi sem við ætlum að reikna geóíðuna fyrir.

Það er þekkt að nákvæmni í hæð mældri með GNSS er talsvert verri en í mældri legu. Fyrir þessu liggja margar ástæður. Þær helstu eru verri rúmfræði til þess að ákvarða hæðarþáttinn þar sem einungis er hægt að mæla í tungl sem eru yfir sjóndeildarhring, seinkun á merki frá gervitunglunum í gegnum veðrahvolfið og ónákvæmni í ákvörðun á fasamiðju GNSS loftneta (Rothacher, M, 2002). Þó má ætla að hægt sé að ákvarða sporvöluhæðir með um 1 cm nákvæmni. Til þess þarf nokkuð langan mælitíma helst 24 klst. eða meira. Auk þess þarf að hafa öflugan úrvinnsluhugbúnað sem getur ákvarðað seinkunina í gegnum veðrahvolfið með nákvæmum hætti, tekið inn líkön fyrir fasamiðju loftneta og tekið tillit til fleiri þátta sem hafa áhrif á hæðarþáttinn.

Að því gefnu að við höfum 1 cm geóíðu og getum ákvarðað hæðir yfir sporvölu með 1 cm nákvæmni þá er hæðarákvörðun með GNSS ákjósanlegur kostur fyrir flest landmælingaverkefni. Þetta á sérstaklega við á svæðum þar sem fínhallamælt hæðarkerfi er ekki til staðar og erfitt er að tengjast því. Einnig má tengja fínhallamæld net við landshæðarkerfi með því að mæla nokkur fastmerki í netinu.



## Mælingar í hæðarkerfinu

### Fínhallamælingar

Eins og aður hefur komið fram er grundvallaratriðið á bak við fínhallamælingar frekar einfalt. Hins vegar eru allmargir skekkjupættir sem taka verður tillit til eigi að nást fram sú nákvæmni sem gerðar eru kröfur um. Skipta má skekkjupáttunum í innri og ytri skekkjupætti. Með innri skekkjupáttum er átt við skekkjur sem tengjast mælingunni sjálfri og mælibúnaðinum. Með ytri skekkjupáttum er átt við skekkjur sem geta myndast vegna ytri aðstæðna í umhverfinu sem mælingarnar eru gerðar í. Helstu skekkjupættir í fínhallamælingum eru sem hér segir.

#### Innri þættir:

- Villa í aflestri;
- Stangarkvarðinn;
- Sigtisskekkja;
- Núllpunktsskekkja;
- Hallamælistöng stendur ekki lóðrétt.

#### Ytri þættir:

- Krappi jarðar;
- Þyngdarmismunur;
- Ljósbrott;
- Sig á mælibúnaði;
- Hæðarbreytingar á landi.

Hér verður farið yfir hvern þátt fyrir sig og hvernig unnið hefur verið gegn þessum skekkjupáttum við mælingar á landshæðarnetinu.

### Villa í aflestri

Við mælingar á landshæðarnetinu hefur verið notast við stafræn hallamælitæki sem skrá mælingar niður sjálfvirkt og Invar-hallamælistangir með strikakóða. Þetta kemur í veg fyrir að hæðir séu lesnar eða skráðar rangt af stöngunum. Það getur þó átt sér stað að mistök séu gerð við mælingarnar þannig að framkvæmdur sé rangur aflestur. Eina leiðin til þess að ganga úr skugga um þetta er að framkvæma mælingar tvisvar á hverju mælibili fram og til baka og gangi það ekki upp samkvæmt þeim kröfum sem settar eru er mælingin endurtekin.

### Stangarkvarðinn

Skekkja vegna stangarkvarða myndast vegna þess að metrinn á Invar-hallamælistönginni er ekki nákvæmlega einn metri samkvæmt SI-skilgreiningu auk þess sem stöngin þenst út við breytingar á hitastigi. Þessi hegðun getur verið misjöfn eftir stöngum jafnvel þótt þær komi frá sama framleiðanda. Því er nauðsynlegt að kvarða stangirnar reglulega helst einu sinni á ári. Fyrst um sinn voru stangirnar kvarðaðar einar og sér en í seinni tíð hefur hallamælibúnaðurinn verið kvarðaður sem ein heild þ.e. hallamælitækið og stangarparið sem notað er með því (Takalo, M. og Rouhiainen P. 2004).



Allur mælibúnaður sem notaður hefur verið í landshæðarnetinu var kvarðaður fyrstu árin í Þýskalandi en svo reglulega hjá FGI<sup>8</sup> í Finnlandi. Við kvörðun á mælibúnaði er mælikvarði stanganna mældur þ.e. mæling á fráviki frá metrískum skala stangarinnar m.v. raunverulegan metra. Einnig er hitapenslustuðull stanganna mældur þ.e. hvernig mælistöngin breytist við breytingar á hitastigi. Hver stangaraflestur er leiðréttur samkvæmt formúlunni:

$$L = L' \cdot [a + \alpha(T - 20)] \quad , \text{ þar sem:}$$

L'= stangaraflestur;

a= stangarkvarðinn;

$\alpha$ = hitapenslustuðull;

T= hitastig við mælingu.

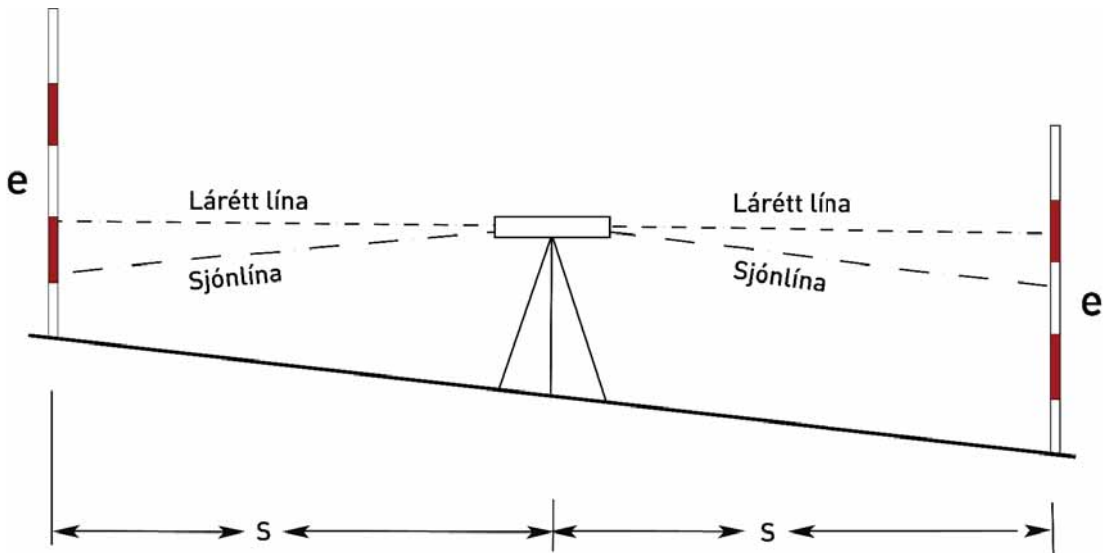
Þessar leiðréttingar eru mjög litlar, oftast innan við brot úr millimetra í hverri uppstillingu. Skekkjan er hins vegar fljót að safnast upp sé hún ekki leiðrétt. Dæmi eru um að stangarleiðrétting fari yfir 1 mm á einu mælibili. Þetta á helst við mælibil þar sem hæðarmunur er mikill og uppstillingar margar.

## Sigtisskekkja

Við hallamælingar er gert ráð fyrir að sigtislína hallamælitækisins sé ávallt hornrétt á þyngdarkraftinn. Í hallamælitækinu er líbella sem stillt er rétt fyrir hverja mælingu og auk þess kompensator sem sér til þess að sigtislínan sé sem hornréttust á þyngdarkraftinn. Hins vegar myndast lítilsháttar skekkjur í hallamælitækinu við notkun þess, flutning og miklar sveiflur á hitastigi. Þess vegna verður raunveruleg sigtislína ekki nákvæmlega hornrétt á þyngdarkraftinn (sjá mynd 7).

<sup>8</sup>

FGI = Finnish Geodetic Institute

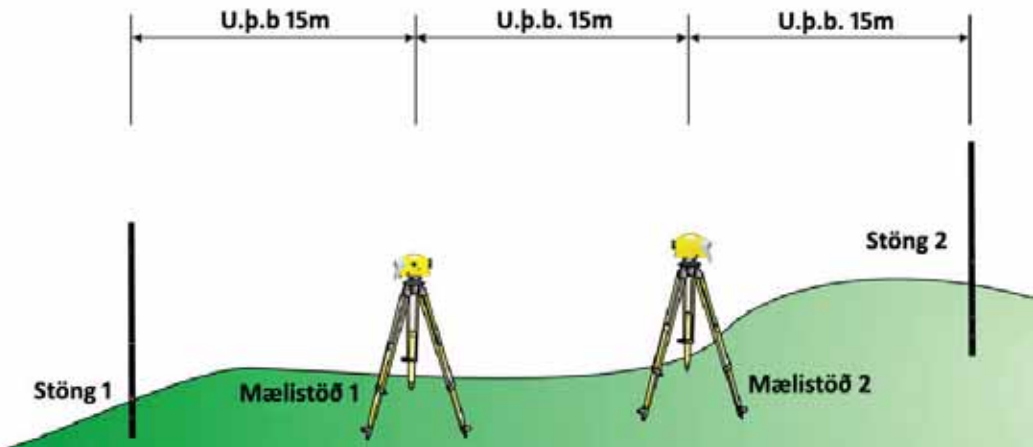


Mynd 7. Sigtisskekkja.

Tekist er á við þessa skekkju með tvennum hætti. Tækið er kvarðað reglulega vegna sigtisskekkju og lengd á baksigti og framsigti er höfð sem jöfnust. Til eru margar aðferðir til þess að ákvarða skekkju á sigtislínu hallamælitækisins en oftast hefur verið notast við aðferð Förstners við mælingar á landshæðarnetinu. Hún gengur út á það að hallamælistöngum er stillt upp með um 45 m bili. Fyrst er hallamælitækinu stillt upp 15 m frá stöng A og 30 m frá stöng B og er þá mælt á báðar stangir. Hallamælistangirnar standa áfram á sama stað en tækið er fært þannig að það er 30 m frá stöng A og 15 m frá stöng B og aftur er mælt á báðar stangir (sjá mynd 8). Þá er skekkjan reiknuð samkvæmt formúlunni:

$$e = \frac{(a_2 - b_2) - (a_1 - b_1)}{2(s_2 - s_1)}$$

Þetta er gert a.m.k. einu sinni í hverju hallamæliúthaldi. Stærðargráða þessarar leiðréttingar er oftast einhverjar sekúndur og sjaldnast sjást stærri stökk en 5" milli kvarðanna.



Mynd 8. Aðferð Förstners.

Þegar lengd á baksígti og framsígti er jöfn stýttist þessi skekkja út og þess vegna er reynt að hafa þessar lengdir sem jafnastar. Þessu er þó ekki alltaf komið við. Sé dæmi tekið þar sem sigtisskekkjan er 5" og munurinn á lengd fram- og baksígtis er 20 m þá verður skekkjan í hæðarmun um 0.5 mm.

## Núllpunktsskekkja

Þegar tvær stangir eru notaðar við hallamælingar getur komið upp að núllflötur stanganna sé mismunandi. Það er að botninn á stöngunum er ekki núll miðað við skalann á þeim. Þetta skiptir ekki máli þegar aðeins ein stöng er notuð þar sem alltaf er verið að mæla hæðarmun. Það er hins vegar mjög einfalt að losna við þessa skekkju þegar notaðar eru tvær stangir. Þessi aðferð er oft kennd við „stangarmanninn í rauðu buxunum“ en hún gengur út á að sama stöng sé notuð í upphafs- og endapunkti hallamælinunnar. Þannig að ef „maðurinn í rauðu buxunum“ byrjar í fastmerki A þá endar hann í fastmerki B. Sé þetta gert þá er fjöldi uppstillinga á hallamælinu alltaf slétt tala. Þessi aðferð var ekki notuð í fyrstu við mælingar á landshæðarnetinu þannig að hending réði því hvort fjöldi uppstillinga var slétt eða oddatala eftir því hvernig það passaði við mælibilið. Í seinni tíð hefur þó verið leitast við að nota þessa aðferð.

## Hallamælistöng stendur ekki lóðrétt

Við göngum út frá því að hallamælistangirnar séu lóðréttar þegar mæling fer fram. Til þess að stöngunum sé stillt upp lóðrétt eru á þeim líbellur. Á þeim stöngum sem notaðar eru við mælingar á landshæðarnetinu er útslagið 0.2° og getur gefið okkur skekkju upp á 0.05 mm svo það er lítil skekkja sem myndast sé stöngunum stillt upp eftir líbellunum. Það getur þó komið fyrir að stangirnar haggist á meðan mælingu stendur vegna vinds eða annarra þátta. Til þess að stangirnar séu sem stöðugastar eru festar á þær sérstakar stífur auk botnstykkis sem heldur þeim stöðugum á frosknum. Þá fylgist stangarmaðurinn vel með líbellunni á stönginni þegar mæling er framkvæmd og verði höggun þá er mælingin endurtekin.

## Krappi jarðar

Jörðin er ekki flöt og taka verður tillit til þess við finhallamælingar. Þó er nóg að gera ráð fyrir því að jörðin sé kúla til þess að takast á við þetta vandamál. Skoðum mynd 9. Notum reglu Pýþagórasar og fáum:

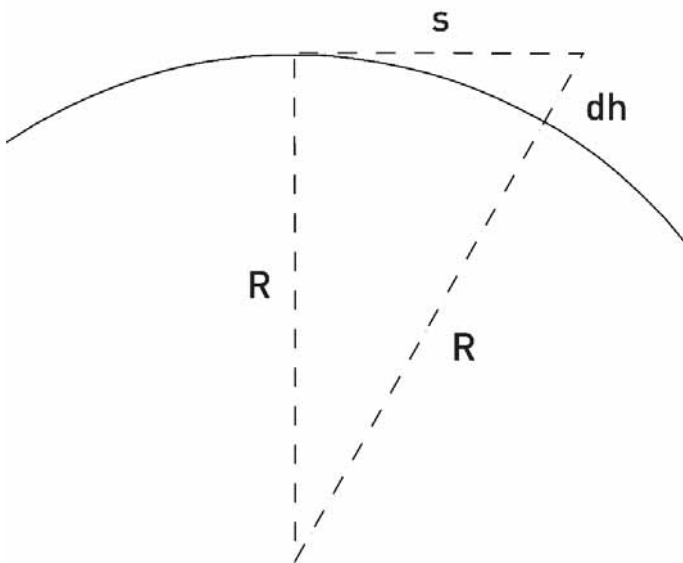
$$R^2 + s^2 = (R + dh)^2 = R^2 + 2Rdh + dh^2$$

Ef við sleppum  $dh^2$ -liðnum þar sem hann hefur hverfandi áhrif við hallamælingar fáum við:

$$dh = \frac{s^2}{2R}$$

Ef  $s=50$  m og  $R=6387$  km er  $dh \approx 0.2$  mm.

Hægt er að taka tillit til krappa jarðar í þeim hallamælitækjum sem notuð eru við mælingar á landshæðarnetinu auk þess sem þessi skekkja stýttist út sé vegalengdin á bak- og framsigti sú sama.



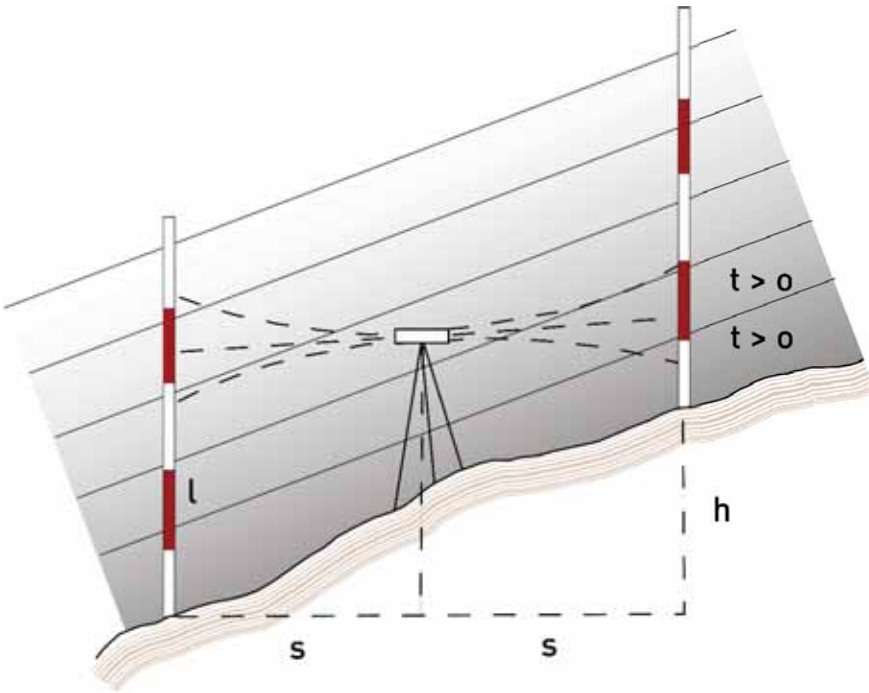
Mynd 9. Áhrif krappa jarðar.

## Þyngdarmismunur

Fjallað er um áhrif þyngdarhröðunar á hallamælingar í kaflanum um Hæðir og hæðarkerfi bls. 12 - 22.

## Ljósbrott

Hefðbundinn hluti ljósbrots stýttist út þegar vegalengd á bak- og framsigti er sú sama (Borre, 1993). Þessi skekkjuþáttur er ekki mjög stór eða  $1/7$  af krappaleiðréttingu jarðar (Bannister o.fl. 1998). Það er hins vegar hinn óreglulegi hluti ljósbrotsins sem getur haft talsverð áhrif á niðurstöðu hallamælinga. Þetta helgast af óreglu í lofthita eftir hæð frá jörðu (sjá mynd 10).



Mynd 10. Ljósbrott í hallamælingum.

Gott dæmi um þetta er sólríkur dagur þar sem sólin hitar malbikið sem mælt er eftir þannig að hitastigið næst jörðinni verður hærra en þegar ofar dregur og tíbrá getur myndast. Árið 1938 setti finnski landmælingamaðurinn Tauno Johannes Kukkamäki fram formúlu sem lýsir ljósbrotsleiðréttingunni (Kukkamäki, 1938):

$$\delta H_R = A \Delta t \Delta S^2 \delta l$$

þar sem  $\delta l$  er mældur hæðarmunur í metrum,  $\Delta S$  er sigtislengdin í metrum og  $\Delta t$  er hitamismunurinn í Celsius gráðum í hæð þar sem stangaraflesturinn er tekinn  $Z_1$  og  $Z_2$ . Þá er fastinn  $A$

$$A = \frac{4.76 \times 10^{-4}}{z_1^c - z_2^c} \left[ \frac{-1}{1+c} (z_1^{c+1} - z_2^{c+1}) + z_0^c (z_1 - z_2) \right]$$

þar sem  $z_0$  er tækishæðin og  $c$  er fasti tengdur hitastigsbreytingunum, oftast settur sem  $-1/3$  séu mælingar teknar yfir daginn. Tökum nú mælingu í um 2% halla  $z_1=0.5$  m,  $z_0=1.5$  m og  $z_2=2.5$  m. Gildið  $A$  verður þá  $6.45 \times 10^{-5}$  mm/(m<sup>3</sup> °C). Sigtislengdin er  $\Delta S= 50$  m og  $\delta l=-2.0$  m og  $\Delta t=-0.25$ °C. Þá fáum við  $\delta H_R=0.08$  mm. Ef við erum með 1 km mælilínu þýðir þetta um 0.8 mm skekkju sé hallinn alls staðar sá sami. Við sjáum út frá formúlu Kukkamäki að sigtislengdin hefur mikil áhrif þar sem skekkjan vex í öðru veldi eftir því sem lengdin eykst. Ef við breytum einungis lengdinni í dæminu hér á undan fáum við  $\delta H_R= 0.32$  mm ef  $\Delta S= 100$  m og  $\delta H_R= 0.02$  mm ef  $\Delta S= 25$  m.

Stærsti gallinn við þessa aðferð er að afla þarf upplýsinga um hitastig fyrir hverja einustu mælingu og það í rétttri hæð. Finnsla mælingastofnunarinnar nálgast þetta með því að mæla hitastigið í 0.5 m og 2 m hæð í hverri mælistöð. Þetta krefst þó auka manns og er einungis gert þegar ná á fram mestu nákvæmni.

Við mælingar á landshæðarnetinu var hitastig ekki mælt til þess að meta ljósbrotsskekkjuna. Hins vegar hefur verið lagt upp með að sigtislengd sé ekki meiri en 40 m nema við sérstaklega góð skilyrði. Þá skal leitast við taka ekki aflestur undir 0.5 m sé komist hjá því. Vegna veðráttu á Íslandi þá er óreglulega ljósbrotið minna vandamál en víða annars staðar, þar sem hitasveiflur og mikill hiti eru ekki algengar.

## Sig á mælibúnaði

Mælibúnaður getur sigið á meðan mælingu stendur. Þetta stafar af því að yfirborðið gefur hægt og rólega eftir fyrst þegar mælibúnaðinum er komið fyrir. Þetta er mjög háð yfirborðsgerð og hitastigi. T.d. er meira sig á malbiki þegar hitastig er hátt. Mikilvægt er að tryggja að mælibúnaði sé komið tryggilega fyrir áður en mæling hefst og að undirlagið sé gott. Stíga þarf þrífótinn með hallamælitækinu almennilega niður sem og froskana. Rannsóknir sýna að sig er frekar lítið sé mælibúnaði komið fyrir á góðu undirlagi eða um 0.01-0.02 mm sé mæling tekin fyrstu 30 sekúndurnar eftir að mælibúnaði er stillt upp (Schmidt, 2000). Ein leið til að fylgjast með þessu sigi er að nota svokallaða BFFB aðferð. Fyrst er baksigti og framsigti mælt og svo framsigti og baksigti og niðurstöðurnar síðan bornar saman. Sé of mikill munur á þessum mælingum gefur það okkur til kynna að mælibúnaður hafi sigið á meðan mælingunni stóð. Við mælingu á landshæðarnetinu hefur ekki verið tekið tillit til þessa skekkjupáttar nema í tilfellum þar sem búast má við sigi á mælibúnaði t.d. þegar þarf að fara yfir móa.

## Hæðarbreytingar á landi

Samanburður á niðurstöðum ISNET93 og ISNET2004 mælinganna leiddi í ljós að umtalsverðar hæðarbreytingar eiga sér stað á Íslandi (Guðmundur Valsson, 2007). Þetta vandamál á einnig við í Skandinavíu þar sem landið er ennþá að lyftast vegna bráðnunar jökla eftir síðasta ísaldarskeið. Þar sem mælingar á landshæðarneti taka nokkuð langan tíma þykir ástæða til að gera leiðréttingar vegna þessara hæðarbreytinga þannig að þær virðist allar hafa verið gerðar á sama tíma. Gert er líkan af hæðarbreytingunum og leiðréttingar gerðar fyrir öll mælibil. Þetta er gert með því að reikna afstæða hæðarbreytingu milli mælipunktanna miðað við sérstakan viðmiðunartíma. Þessu er hægt að lýsa með formúlunni:

$$\delta H_{Ris} = v_A (T - T_0) - v_B (T - T_0)$$

þar sem  $v_A$  er rishraðiinn í fastmerki A í mm/ár,  $v_B$  er rishraðiinn í fastmerki B, T er tíminn sem mæling er framkvæmd á með einingunni ár og  $T_0$  er viðmiðunartíminn sem við ætlum að ganga útfrá.

## Tækjabúnaður við mælingar á landshæðarneti

Yfirlit yfir tækjabúnað sem notaður var við mælingar á landshæðarnetinu á hverjum tíma er að finna í töflu 2.

Tegund tækis	S/N tækis	Tegund stanga	S/N stanga	Stofnun	Tímabil
Leica NA2000	85565	Wild-GPCL3 (Nedo)	25063 og 25062	Vg	1992 - 1993
Leica NA3000	90848	Wild-GPCL3 (Nedo)	25064 og 25062	Vg	1994 - 1998
Leica NA3000	90848	Wild-GPCL3 (Nedo)	28870, 25064 og 25062	Vg	1999
Leica NA3000	90848	Wild-GPCL3 (Nedo)	28870 og 26484	Vg	2000 - 2008
Trimble DiNi12	706990	Zeiss LD13 (Nedo)	34786 og 34788	Vg	2009 - 2011
Zeiss DiNi 12	320204	Zeiss LD13 (Nedo)	13815 og 13830	LMÍ	2001 - 2009
Trimble DiNi 12	731094	Zeiss LD13 (Nedo)	13815 og 13830	LMÍ	2010-2011
Leica-NA3000	89687	Wild-GPCL3 (Nedo)	9543 og 9561	LV	1995
Leica-NA3000	89687	Wild-GPCL3 (Nedo)	9543 og 27498	LV	1996 - 1997

Tafla 2. Tækjabúnaður sem notaður var við fínahallamælingar á landshæðarnetinu.





## Framgangur fínhallamælinga

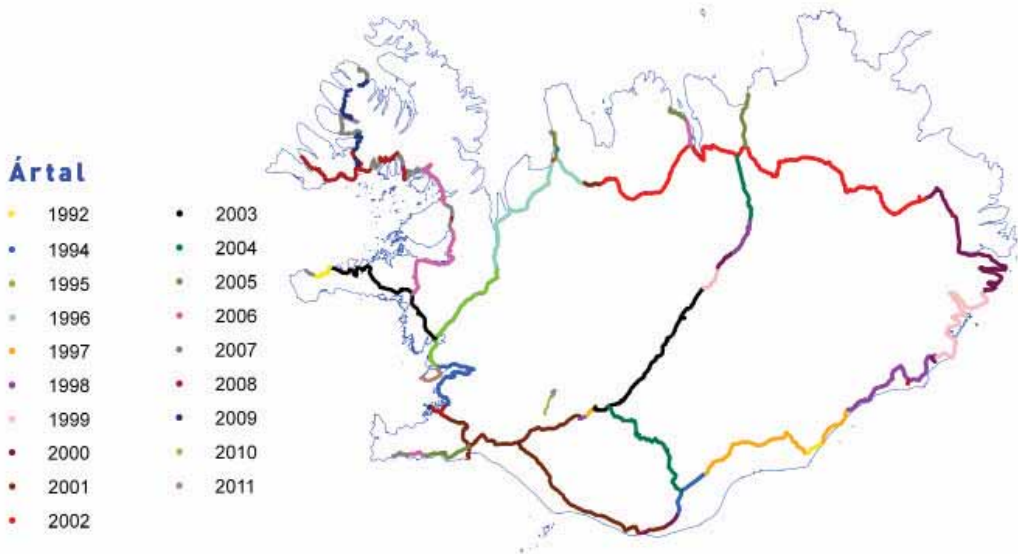
Mælingar á hæðarnetinu hafa að mestu leyti farið fram í samræmi við tillögur vinnuhóps umhverfisráðuneytisins. Þó hafa verið gerðar tvær umtalsverðar breytingar. Í stað þess að fara upp úr Berufirði yfir Óxi og til Egilsstaða var ákveðið að fara firðina og í gegnum Fagradal. Þessi breyting tengir fleiri byggðakjarna við hæðarnetið auk þess sem mælingar nýttust í þeim stórfamkvæmdum sem áttu sér stað á þessu svæði. Þá var leiðinni yfir Sprengisand breytt þannig að í stað þess að koma niður í Skagafjörð var ákveðið að koma niður í Bárðardal. Megin ástæða þessarar breytingar var sú að Landsvirkjun hafði framkvæmt mælingar sem hægt var að nýta.

Eins og áður hefur verið rakið hóf Vegagerðin mælingar á landshæðarneti árið 1992. Það ár voru mældir tveir kaflar. Annar var frá Fagurhólsmýri að Kvía og hinn var á Snæfellsnesi þ.e. frá Búlandshöfða og vestur í Ólafsvík. Árið 1993 var mælt vegna framkvæmda við Kúðafjót frá Skálm í Álftaveri að Kirkjubæjarklaustri. Næsta ár var mælt vegna fyrirhugaðra framkvæmda við Hvalfjarðargöng og var ákveðið að byrja mælinguna við Korpúlfsstaði og mæla fyrir Hvalfjörð og að væntanlegum munna ganganna að norðanverðu. Árin 1995 og '96 náðist að mæla frá Laxá í Leirársveit að Húnaveri. Árin 1997, '98 og '99 var haldið áfram frá Kirkjubæjarklaustri og mælt austur á Breiðdalsvík. Þá mældi Landsvirkjun á Sprengisandi á árunum 1998 og 1999 frá Fjórðungsvatni að Íshólsvatni. Árið 2000 bættist við sameiginlegur flokkur Landmælinga Íslands og Landsvirkjunar og var mælt frá Breiðdalsvík að Hofteigi í Jökuldal. Árið 2001 voru þrjú flokkar að störfum; einn frá Vegagerðinni, einn frá Landsvirkjun og einn frá Landmælingum Íslands og Landsvirkjun og var mælt frá Reykjavík austur á Kirkjubæjarklaustur. Þá var árið 2002 mælt frá Hofteigi í Jökuldal vestur að Húnaveri og var þar með mælingum meðfram Hringveginum lokið. Grófar niðurstöður fyrir Hringveginn voru reiknaðar út frá hráum hallamælingum og kom í ljós að lykkjulokunin var 75 mm (Theodór Theodórsson, 2004). Árið 2003 var mælt langleiðina yfir Sprengisand og þá var líka mælt frá Hringvegi ofan Borgarness að Búlandshöfða á Snæfellsnesi. Árið 2004 var Sprengisandslínan kláruð og auk þess var mælt yfir Fjallabak nyrðra. Árið 2005 voru mældar tengingar við Dalvík, Skagaströnd og Húsavík. Landsvirkjun var með mæliflokk í einu tíu daga úthaldi þetta sumar auk þess að útvega einn mann í hallamæliflokk Landmælinga Íslands í tvö hallamæliúthöld. Landsvirkjun hefur ekki komið að mælingum á landshæðarneti síðan 2005. Þá var byrjað að mæla frá Þrengslum til Grindavíkur en þeim mælingum lauk sumarið 2007. Árið 2006 var byrjað á mælingu frá Heydalsvegamótum um Heydal og Búðardal að Klofningsvegi og á árunum 2007 og 2008 var mælt eftir Barðaströnd vestur á Patreksfjörð og þá var einnig mæld tenging frá Vesturlandsvegi niður á Reykjavíkurböfn. Árið 2007 var einnig mælt yfir Hrafnsýrarheiði frá Mjolkárvirkjun og að botni Dýrafjarðar. Árið 2009 var lokið við mælingar frá Flókalundi til Bolungarvíkur. Árið 2009 var einnig mælt frá Hólmsá að Skeiðarvegamótum vegna jarðskjálftans árið 2008. Þá var líka byrjað að mæla Þrengslin en því verki er ekki enn lokið. Sumarið 2010 voru fínhallamælingar í lágmarki en þá var þó mælt frá Flúðum að Haukholti og voru það fyrstu mælingar í línunni yfir Kjöl. Árið 2011 var haldið áfram



með þessar mælingar en einungis náðist að mæla frá Haukholti að brúnni yfir Hvítá við Brúrhlið vegna óhagstæðra veðurskilyrða. Þá var mæld tenging við Akranes og haldið áfam mælingum í Þrengslum.

Yfirlit um mælingar hvers sumars til 2009 er að finna á korti 1. Þá eru tölulegar upplýsingar um afköst hvers sumars að finna í töflu 3. Yfirlit yfir þá sem tekið hafa þátt í mælingum í landshæðarnetinu er að finna í töflu 4.



Kort 1. Mælingar hvers árs í landshæðarnetinu.

Lína/Ár	Hrv	Spr	Snæ	Þorl	Fjall N	Skag	Dalv	Hvik	Sstr	Bstr.	Ísaf	Abs	Reyk	ISNET	Kjölur	Akranes	Annað	Afkost eftir árum
1992	14.6		17.8														0	32.4
1994	124.4													0.5				124.9
1995	97.6																	97.6
1996	131.5																2.7	134.2
1997	130	9.9												1.3			0	141.2
1998	102.8	36												0.3			0.1	139.2
1999	131.7	20.3																152
2000	185.3	16.8												7.2				209.3
2001	224.1	53.7		8.2														286
2002	350.7													5			0.3	356
2003		131.5	124.8									3.2						259.5
2004		49.8			111.2									0.9			1.1	163
2005						24.3	17.4	39.9	40.4					1.4			0.4	123.8
2006							17.8		12	130.5							5.1	165.4
2007									14.4	77.9	40.7						6.3	139.3
2008	11.3									113.9	5.8	2.1	10.8	0.4			2.5	146.8
2009	70.3										76.7	1.8						148.8
2010													1.6		13.8			15.4
2011	11.9														7.3	24.3		43.5
Lengd á mællinum	1586.2	318	142.6	8.2	111.2	24.3	35.2	39.9	66.8	322.3	123.2	7.1	12.4	17	21.1	24.3	18.5	2878.3

Tafla 3. Afköst hvers árs í finhallamælingum.

Stofnun	Nafn	Ár	Stofnun	Nafn	Ár
LMÍ	Arnar P. Birgisson	2010	LMÍ	Ásta K. Óladóttir	2008
LMÍ	Ástvaldur Hjartarson	2010, 2011	LMÍ	Carsten J. Kristinsson	2006 -
LMÍ	Dr. Christof Völksen	1999 - 2001	LMÍ	Gisli Karlsson	2002-2007
LMÍ	Guðmundur Valsson	2000 -	LMÍ	Guðni Hannesson	2008
LMÍ	Gunnar H. Kristinsson	2011	LMÍ	Hrafn Einarsson	1999
LMÍ	Ingvar Matthíasson	2003 -	LMÍ	Jóhann I. Jóhannsson	2011
LMÍ	Kolbeinn Árnason	2011	LMÍ	Markus Rennen	2000 - 2005
LMÍ	S. Ragnar Viðarsson	2008, 2009	LMÍ	Sigurður Bjarnason	2000
LMÍ	Steinunn E. Gunnarsdóttir	2008	LMÍ	Súsanna Pétursdóttir	2002
LMÍ	Þórarinn Sigurðsson	1999 -	LMÍ	Þórey D. Þórðardóttir	2006
Vg	Ásta Birna Gunnarsdóttir	2005 - 2009	Vg	Björgvin Óskar Bjarnason	1992
Vg	Einar P. Ingimundarson	1992	Vg	Elsa Dagný Ásgeirsdóttir	2008 - 2009
Vg	Eva Björk Björnsdóttir	2001 - 2003	Vg	Guðmundur Richardsson	1999
Vg	Guðmundur Þórðarson	1992	Vg	Gunnhildur Jónsdóttir	1994 - 1996
Vg	Gunnar Garðarson	1993	Vg	Gylfi Birgir Sigurjónsson	1993
Vg	Haukur Bergsteinsson	1992, 1994	Vg	Halldór Sveinn Hauksson	2002
Vg	Hjördis Lára Hreinsdóttir	2000 - 2002	Vg	Jenni R. Ólafsson	1992
Vg	Jón S. Erlingsson	1992 -	Vg	Kjartan Gíslason	1994
Vg	Magnús Björnsson	1997 - 1999	Vg	Pétur Ari Markússon	1995 - 2000
Vg	Rakel Jónsdóttir	2000 - 2003	Vg	Rakel Ósk Sigurðardóttir	2000, 2003, 2005 - 2007
Vg	Rannveig Jónsdóttir	2005 - 2009	Vg	Sigurður Björn Reynisson	1994
Vg	Snæbjörn Jónasson	1997 - 1998	Vg	Sveinbjörg Jónsdóttir	1994 - 1996
LV	Árni Stefánsson	1998 - 2004	LV	Theodór Theodórsson	1998 - 2005
LV	Dröfn Helgadóttir	2005	LV	Elva Adolfsdóttir	1999 - 2004
LV	Geir Gunnarsson	1998 - 1999	LV	Hafþór Helgason	2000 - 2004
LV	Hörður Arnarson	1998	LV	Jón Thuy Xuan Búi	1998 - 2005
LV	María Theodórsdóttir	2004 - 2005	LV	Ólafur Baldursson	1998 - 2004
LV	Reynir Reynisson	2005	LV	Stefán Már Ágústsson	2000 - 2003
FGI	Veikko Saaranen	2008 - 2011	FGI	Dr. Jakko Mäkinen	2007 - 2011
OS	Guðmundur H. Vigfússon	1992	OS	Gunnar Þorbergsson	1992 - 1993

Tafla 4. Þátttakendur í fínhallamælingum á landshæðarneti.

## GPS-mælingar

GPS-mælingar hafa verið framkvæmdar í hæðarnetinu að jafnaði á 6-8 km bili. Vegna þess að einungis var mælt með tækjabúnaði sem tekur á móti merkjum frá GPS-gervitunglum í yfir 90% fastmerkja er hér talað um GPS-mælingar en ekki GNSS-mælingar. Mælingarnar þjóna þrenns konar tilgangi. Í fyrsta lagi að staðsetja þau fastmerki sem mæld eru nákvæmlega og auka þannig notkunarmöguleika þeirra. Í annan stað eru endurteknar GPS-mælingar ódýr leið til að fylgjast með hæðarbreytingum á stórum svæðum vegna jarðskorpuhreyfinga og til að ákvarða hvort nauðsynlegt sé að fínhallamæla aftur á vissum svæðum, t.d. vegna jarðskjálfta. Í þriðja lagi nýtast mælingarnar í útreikningi á nýrri geóíðu fyrir Ísland.

Landmælingar Íslands hafa séð um skipulagningu þessara mælinga en Vegagerðin og Landsvirkjun hafa einnig komið að mælingunum. Auk þess hafa Veðurstofa Íslands, Norræna eldfjallastöðin og Háskóli Íslands lánað tækjabúnað til verksins.

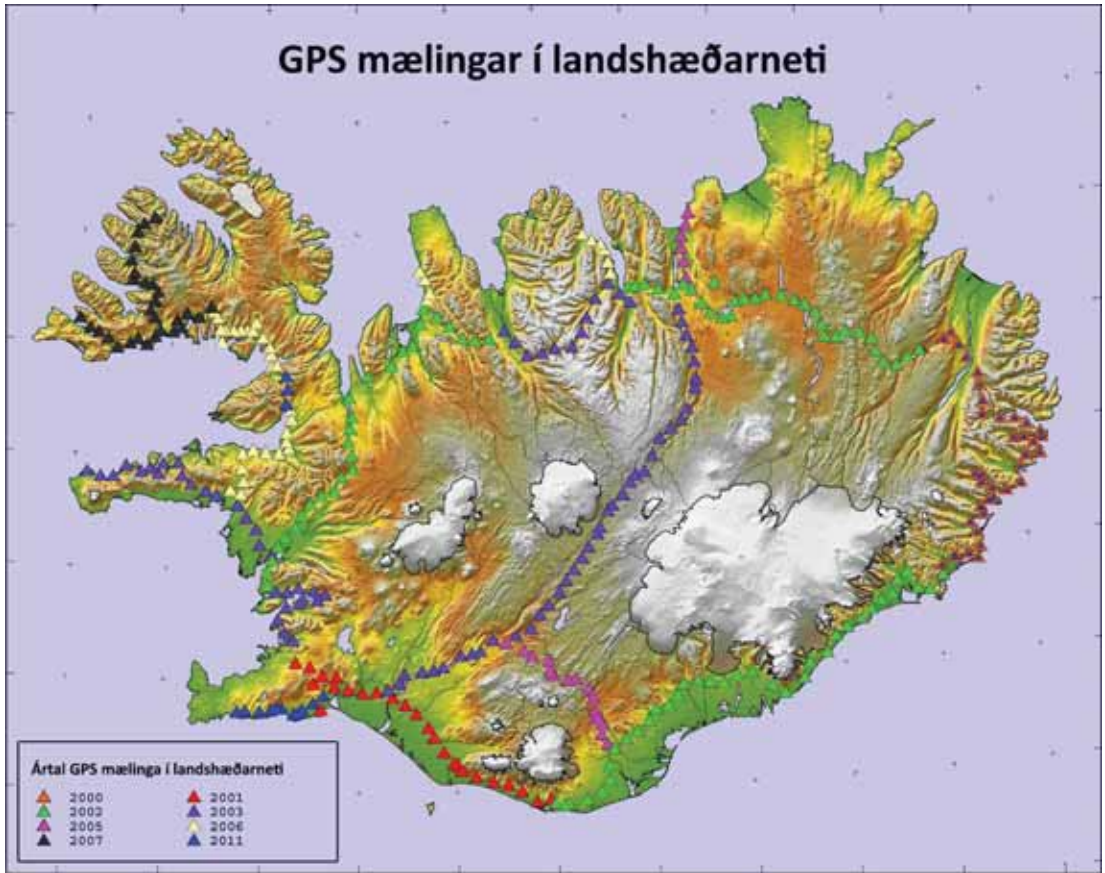
Mælingarnar fara þannig fram að loftneti er stillt vandlega upp lárétt á þrífæti lóðrétt yfir fastmerkið eða á landmælingastöpul. Hæð þess yfir fastmerkinu er mæld og skráð niður á þar til gert mæliblað auk þess sem tegundarnúmer loftnetsins er skráð. Taka þarf tillit til holudýptar á fastmerkinu þegar hæðin er skráð þannig að viðmiðunarflötur merkisins sé sá sami og þegar hallamælt er. Sé loftneti stillt upp á þrífæti ber að tryggja að hann hreyfist ekki úr stað á meðan mælitíma stendur með því að hlaða á hann grjóti eða sandpokum. Þá er GPS-móttakari sem tengdur er við loftnetið settur í gang og mæling hefst. Þá er upphafstími mælinganna, heiti merkisins og heiti á mæliskrá í tæki skráðar niður á mæliblaðið auk annarra upplýsinga um mælibúnaðinn. GPS-móttakarinn er þá látinn ganga í þann tíma sem kveðið er á um í mæliáætlun. Þegar mælingu er lokið er loftnetshæðin aftur mæld og skráð og gengið úr skugga um að loftnetið hafi ekki hníkast til á meðan mælingu stóð. Þá er lokatími mælinganna skráður á mæliblaðið.

GPS-mælingar í hæðarkerfinu hófust árið 2000 á Austurlandi. Á árunum 2001 til 2003 var sett umtalsverð vinna í þessar mælingar og náðist að mæla á öllum svæðum sem fínhallamælt hafði verið á fram að þeim tíma þ.e. Hringveginn, Sprengisand og Snæfellsnesslinuna. Engar mælingar voru gerðar árið 2004. Árið 2005 var mælt yfir Fjallabak nyrðra auk þess sem leggurinn til Húsavíkur var mældur. Árið 2006 var mælt frá Heydal upp á Klettsháls auk þess sem leggirinn að Dalvík og Skagaströnd voru mældir. Árið 2007 var mælt frá Klettshálsi til Patreksfjarðar en einnig var mælt frá Flókalundi til Ísafjarðar þó fínhallamælingu á þeirri línu hafi ekki verið lokið. Vorið 2011 voru allir punktar sem mældir voru á Austurlandi árið 2000 endurmældir og þá voru punktar eftir Suðurstrandarvegi mældir sumarið 2011. Alls hafa um 330 punktar í hæðarnetinu verið mældir með GPS

Það er nokkuð misjafnt eftir mæliherferðum hvaða mæliáætlun var beitt en segja má að áætlunin hafi að mestu leyti ráðist af þeim tækjabúnaði, mannskap og þeim tíma sem ætlaður var til mælinganna hverju sinni. Mælitíminn var hefur þó verið lengdur miðað við fyrstu mæliherferðina og hefur það aukið nákvæmni mælinganna í samræmi við það.

Kort 2 sýnir yfirlit yfir þau fastmerki sem mæld voru með GPS í hæðarnetinu og hvaða ár þau voru mæld. Tafla 5 sýnir yfirlit yfir þær GPS-mæliherferðir sem farið var í, hvenær þær fóru fram, hvaða mæliáætlun var beitt við mælingarnar og hverjir tóku þátt í þeim.

## GPS mælingar í landshæðarneti



Kort 2. GPS mælingar hvers árs í landshæðarneti.



Mæliherferð	Tímabil	Mælitaktík	Þátttakendur
Höfn-Breiðdalsvík	19-23.7.2000	2x1 tími	Christof Völksen og Guðmundur Valsson LMÍ.
Breiðdalsvík-Hofteigur	17-27.10.2000	2x90 mín.	Christof Völksen og Markus Rennen LMÍ.
Reykjavík-Vík í Mýrdal	22.10-1.11.2001	2x3 tímar	Guðmundur Valsson og Markus Rennen LMÍ.
Vík í Mýrdal-Höfn	5-14.6.2002	2x3 tímar	Guðmundur Valsson og Markus Rennen LMÍ.
Hofteigur-Fiskilækur	7-17.8.2002	2x4 tímar	Guðmundur Valsson, Súsanna Pétursdóttir og Þórarinn Sigurðsson LMÍ. Halldór Sveinn Hauksson og Jón S. Erlingsson Vg.
Fiskilækur-Reykjavík	23-27.6.2003	2x4 tímar	Guðmundur Valsson og Ingvar Matthíasson LMÍ.
Vaðlaheiði-Skagafjörður		2x4 tímar	Guðmundur Valsson og Ingvar Matthíasson LMÍ.
Sprengisandur	1-7.9.2003	2x4 tímar	Guðmundur Valsson og Þórarinn Sigurðsson LMÍ. Jón S. Erlingsson Vg. Jón Thuy Xuan Búi LV.
Snæfellsnes	8-12.9.2003	2x4 tímar	Guðmundur Valsson og Þórarinn Sigurðsson LMÍ. Jón S. Erlingsson Vg. Jón Thuy Xuan Búi LV.
Húsavík	8-10.8.2005	1x36 tímar	Þórarinn Sigurðsson LMÍ. Jón S. Erlingsson Vg.
Fjallabak Nyrðra	11-19.8.2005	1x36 tímar	Þórarinn Sigurðsson LMÍ. Jón S. Erlingsson Vg.
Heydalur-Klettsháls	11-17.9.2006	1x36 tímar	Guðmundur Valsson, Þórarinn Sigurðsson LMÍ. Jón S. Erlingsson Vg.
Skagaströnd	18-20.9.2006	1x36 tímar	Guðmundur Valsson, Þórarinn Sigurðsson LMÍ.
Dalvík	20-22.9.2006	1x36 tímar	Guðmundur Valsson, Þórarinn Sigurðsson LMÍ.
Klettsháls-Patreksfjörður	24.9-6.10.2007	1x36 tímar	Þórarinn Sigurðsson LMÍ. Jón S. Erlingsson Vg.
Flókalundur-Ísafjörður	24.9-6.10.2007	1x36 tímar	Þórarinn Sigurðsson LMÍ. Jón S. Erlingsson Vg.
Höfn-Hofteigur	9-14.5.2011	1x16 tímar	Guðmundur Valsson, Þórarinn Sigurðsson LMÍ og Jón S. Erlingsson.
Þrengsli-Grindavík	4-19.7.2011	1x36 tímar	Ástvaldur Hjartarson, Gunnar H. Kristinsson, Jóhann Ingi Jóhannsson LMÍ.
Dalir	25-26.7.2011	1x18 tímar	Ástvaldur Hjartarson LMÍ.

Tafla 5. Þátttakendur í GPS-mælingum í landshæðarnetinu.



## Þyngdarmælingar

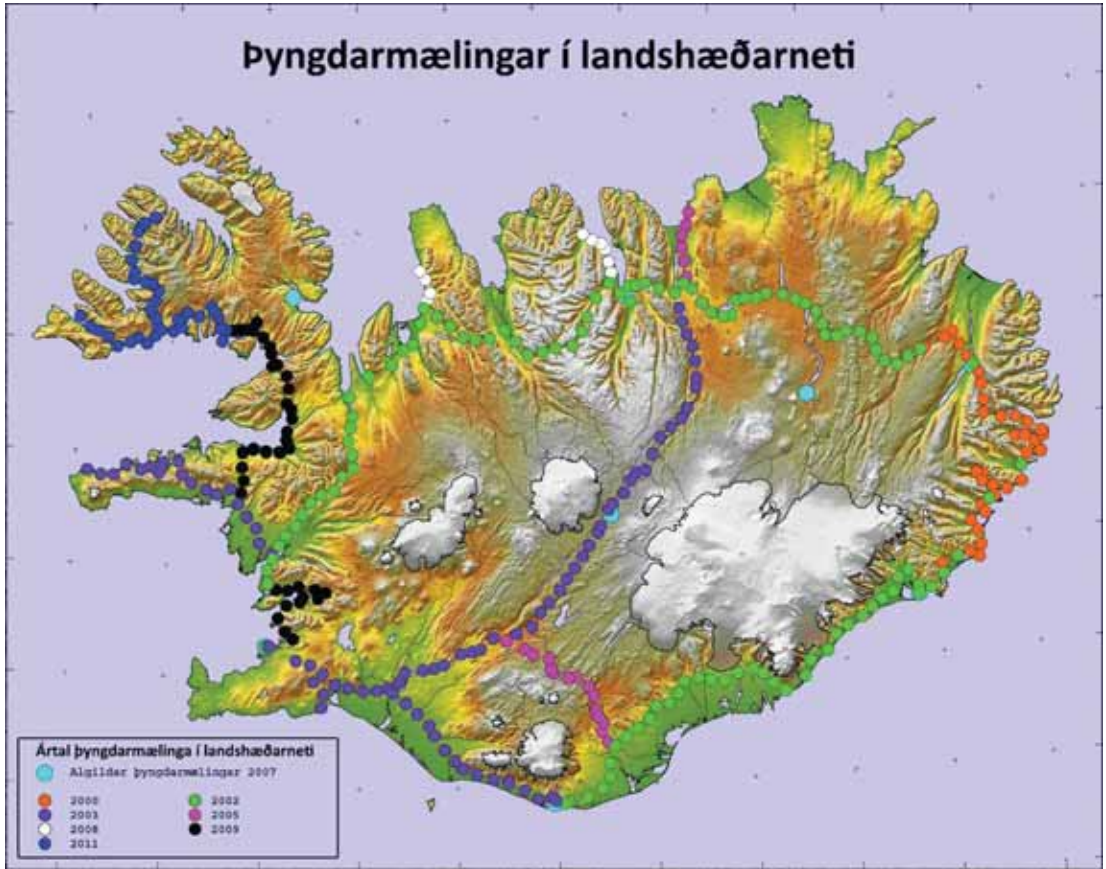
Þyngdarmælingar hafa verið framkvæmdar í sömu fastmerkjunum og GPS-mælingar hafa farið fram í. Megin tilgangur mælinganna er að ákvarða þyngdargildi í þeim fastmerkjum sem mæld eru og nota þessi gildi til þess að kanna gæði þyngdarkorts Orkustofnunar. Landmælingar Íslands hafa alfarið séð um afstæðar þyngdarmælingar í hæðarnetinu og voru mælingarnar framkvæmdar með Scintrex CG3 þyngdarmæli sem LMI eiga með nokkrum öðrum íslenskum stofnunum.

Mælingarnar fara þannig fram að þyngdarmæli er stillt lárétt yfir fastmerki og hæð mælisins yfir því er mæld. Þá er hitastig og loftþrýstingur við fastmerkið mælt og upplýsingarnar skráðar í mælibók. Tækið er látið standa í u.þ.b. 5 mínútur áður en mæling hefst. Hver mællota er ein mínúta og mælt er a.m.k. fimm sinnum í hverju fastmerki. Niðurstöður hvernar lotu eru skráðar niður í mælibókina.

Afstæðar þyngdarmælingar mæla aðeins þyngdarmun á milli fastmerkja og því verður að tengja mælingarnar við mælistöð með þekktu nákvæmu þyngdargildi. Oftast eru þetta fastmerki þar sem þyngdin hefur verið ákvörðuð með algildum þyngdarmælingum. Auk þess þarf að ákvarða svokallað daglegt rek í þyngdarmælingum. Hægt er að ákvarða rekið með nokkrum mæliaðferðum en þeirri sem helst hefur verið beitt í mælingum í hæðarnetinu er prófíl-aðferð. Með henni er ákveðinn fjöldi fastmerkja mældur fram og til baka. Algengt er að byrja og enda í fastmerki með algildri þyngd sé því komið við. Sé hins vegar langt í merki með algildri þyngd þá eru byrjunar- og endapunktur hvers dags tengdir við algilda þyngd á síðasta degi mælinganna.

Mælingar hófust árið 2000 á Austurlandi og var þá mælt frá Höfn í Hornafirði að Hofteigi í Jökuldal. Engar mælingar fóru fram árið 2001. Árið 2002 var mælt frá Vík í Mýrdal að Höfn í Hornafirði og frá Hofteigi í Jökuldal að Fiskilæk í Melasveit. Auk þess voru nokkur fastmerki sem mæld voru á Austurlandi árið 2000 mæld aftur. Árið 2003 var mælt frá Reykjavík að Vík í Mýrdal auk þess sem mælt var yfir Sprengisand og á Snæfellsnesslínu. Engar mælingar fóru fram árið 2004. Árið 2005 var mælt yfir Fjallabak nyrðra auk þess sem Húsavíkurliggurinn var mældur. Árið 2006 var ekkert mælt. Árið 2007 var farið í algildar þyngdarmælingar þar sem stöðvar sem mældar voru árið 1997 voru endurmældar auk þess sem einni mælistöð í Vík í Mýrdal var bætt við. Þessar mælingar voru gerðar í samstarfi við FGI (Finnish Geodetic Institute) og stóðu yfir frá lokum júlí fram í miðjan október. Mælt var með FG5 þyngdarmæli auk þess sem Scintrex CG5 og LaCost & Romberg mælar voru notaðir til að mæla hjápunkta. Næstu afstæðu mælingar fóru svo fram í lok árs 2008 en þá voru Skagastrandar- og Dalvíkurlíunurnar mældar. Árið 2009 var svo mælt frá Fiskilæk í Melasveit til Reykjavíkur og á Patreksfjarðarlínunni frá Heydal og inn í Djúpafjörð. Haustið 2011 var síðan mælt úr Djúpafirði inn á Patreksfjörð og frá Flókalundi til Ísafjarðar.

Kort 3 sýnir þau fastmerki sem mæld hafa verið í hæðarnetinu og árið sem þau voru mæld. Tafla 6. sýnir yfirlit yfir þær þyngdarmæliherferðir sem farið var í, hvenær þær fóru fram og hverjir tóku þátt í þeim.



Kort 3. Þyngdarmælingar í landshæðarneti.



Mæliherferð	Tímabil	Þátttakendur
Höfn-Breiðdalsvík	7-8.6.2000	Christof Völksen og Guðmundur Valsson.
Breiðdalsvík-Hofteigur	20-24.-10.2000	Christof Völksen.
Höfn-Fagurhólmsmýri	2-5.9.2002	Markus Rennen og Guðni Hannesson.
Fagurhólmsmýri-Vík í Mýrdal	28.10-2.11.2002	Markus Rennen og Carsten Kristinsson.
Hofteigur-Fiskilækur	6-16.8.2002	Markus Rennen.
Reykjavík-Vík í Mýrdal	11-22.8.2003	Markus Rennen.
Sprengisandur	1-7.9.2003	Markus Rennen.
Snæfellsnes	8-12.9. 2003	Markus Rennen.
Húsavík	9-10.8.2005	Guðmundur Valsson.
Fjallabak Nyrðra	11-19.8.2005	Guðmundur Valsson.
Dalvík	3.12.2008	Guðmundur Valsson
Skagaströnd	4.12.2008	Guðmundur Valsson.
Fiskilækur-Reykjavík	1-2.9.2009	Guðmundur Valsson.
Heydalur-Skógarströnd	3.9.2009	Guðmundur Valsson og Þórarinn Sigurðsson.
Skógarströnd-Djúpifjörður	27-30.10.2009	Guðmundur Valsson.
Flókalundur-Ísafjörður	9-10.11.2011	Guðmundur Valsson.
Djúpifjörður-Patreksfjörður	11-13.11.2011	Guðmundur Valsson.

Tafla 6. Mæliherferðir og þátttakendur í þyngdarmælingum í landshæðarnetinu.



## Sjávarfallamælingar

Einn mikilvægur þáttur í uppbyggingu hæðarkerfis er ákvörðun á núllpunkti fyrir kerfið. Í flestum hæðarkerfum er stuðst við meðalsjávarhæð á einhverjum tímamarki frá einum eða fleiri sjávarfallamælum. Hæðarnetið hefur í þessu skyni verið tengt við átta sjávarfallamæla; í Reykjavík, Grindavík, Þorlákshöfn, Húsavík, Dalvík, Ólafsvík, Patreksfirði og á Skagaströnd (sjá kort 4). Tenging við viðmiðunarpunkt sjávarfallamæla er gerð með sérstakri kvörðun. Þessi kvörðun hefur verið samvinnuverkefni Landmælinga Íslands og Siglingamálastofnunar og fyrir liggur skýrslan Kvörðun á sjávarfallamælum 2008-2009 (Guðmundur Valsson, 2010). Í skýrslunni er fjallað um kvörðun á sjávarfallamælum á þeim stöðum sem nefndir eru hér fyrir ofan og niðurstöðurnar bornar saman við niðurstöður frá fyrri kvörðun sem framkvæmd var á árunum 1999 og 2000 og birtar eru í skýrslunni *The Connection of Icelandic Stationary Tide Gauges to the National Reference Network* (Rennen, 2005).

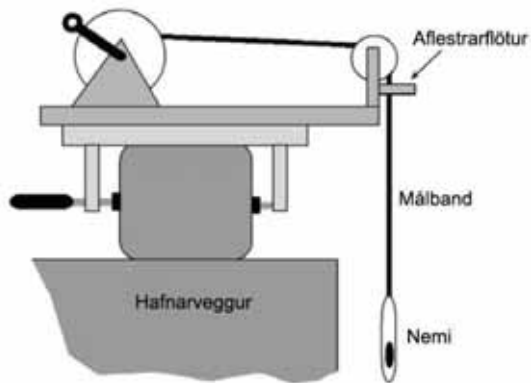
Þeir sjávarfallamælar sem kvarðaðir voru eru svokallaðir þrýstingsmælar. Nemi sem staðsettur er neðansjávar nemur þrýstingsbreytingar, breytir þeim yfir í rafmerki sem er síðan breytt í hæðarmun. Þessir mælar hafa engan fastan viðmiðunarpunkt sem hægt er að mæla frá til þess að tengja við önnur mælikerfi. Því þarf að framkvæma óbeinar mælingar sem gerðar eru með færanlegum sjávarfallamæli.

Í grunninn samanstendur færanlegur sjávarfallamælir af málbandi með nema á endanum sem gefur frá sér hljóð og ljós þegar hann snertir yfirborð sjávar. Mælirinn er festur á hafnarkantinn með þvingum (sjá mynd 11). Nemanum er slakað niður í gegnum rörakerfi sem fest hefur verið við mælinn. Tilgangur rörakerfisins er að lágmarka áhrif öldugangs á mælinguna. Kerfið samanstendur af plastróri og járnrori sem er með gati neðst svo að sjórinn geti flætt inn. Lóð er svo fest við járnrorið til þess að halda því stöðugu. Þegar ljósið kviknar og hljóð heyrst er aflestur tekinn miðað við aflestrarflöt mælisins. Aflestrarflöturinn er svo tengdur við fastmerki í hæðarkerfinu með finhallamælingum.

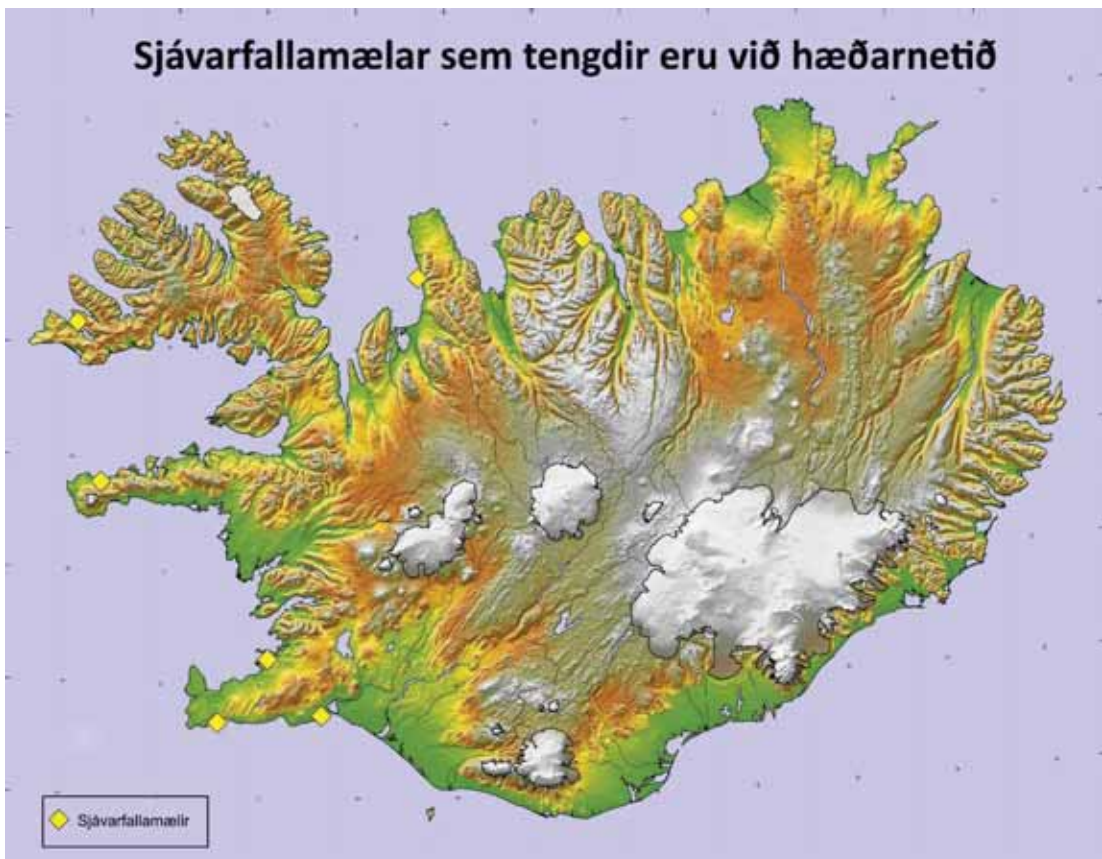
Þegar kvörðun hefst er klukka mælingamanns stillt á sama tíma og klukkan er á fasta sjávarfallamælinum. Með því að samstillta klukkurnar eru mælingarnar tengdar saman. Mælingar eru gerðar reglulega á 10-30 mínútna fresti. Best er að kvarða þannig að mæld sé heil sveifla milli flóðs og fjöru, eða öfugt og hefja mælingu um 30 mínútum fyrir háflóð og ljúka mælingum um 30 mínútum eftir fjöru, eða öfugt. Með þessu fyrirkomulagi standa mælingar í um 7 klst. Til að ná sem bestum niðurstöðum fyrir kvörðunina á að framkvæma þessar mælingar í kringum stórstreymi því þá næst sem mest útslag en það gefur sterkari rúmfræði sem aftur gefur áreiðanlegri niðurstöður. Tafla 7 sýnir yfirlit yfir hvenær kvörðun var framkvæmd á hverjum stað og hverjir framkvæmdu kvörðunina.

Sjávarfallamælir	Dagsetning	Þátttakendur
Reykjavík	10.01.2008	Carsten J. Kristinsson og Guðmundur Valsson LMÍ, Guðjón Scheving Tryggvason Siglingastofnun
Grindavík	18.08.2008	Carsten J. Kristinsson og Ragnar Viðarsson LMÍ
Þorlákshöfn	19.08.2008	Carsten J. Kristinsson og Ragnar Viðarsson LMÍ
Ólafsvík	20.08.2008	Carsten J. Kristinsson og Ragnar Viðarsson LMÍ
Húsavík	18.11.2009	Carsten J. Kristinsson og Þórarinn Sigurðsson LMÍ
Skagaströnd	20.11.2009	Carsten J. Kristinsson og Þórarinn Sigurðsson LMÍ

Tafla 7. Þátttakendur í kvörðun á sjávarfallamælum.



Mynd 11. Uppstilling á færanlegum sjávarfallamæli.



Kort 4. Sjávarfallamælar sem eru tengdir við hæðarnetið.

## Úrvinnsla gagna Samstarf við FGI

Árið 2005 var haldið málþing um hæðarkerfi á vegum NKG<sup>9</sup> og Landmælinga Íslands. Helstu sérfræðingar Norðurlanda sóttu málþingið auk þess sem Jan Kouba frá Tékklandi og Johannes Idhe yfirmaður BKG<sup>10</sup> í Þýskalandi voru sérstakir gestir. Á málþinginu kom fram áhugi um að endurtaka algildar þyngdarmælingar reglulega í ljósi þeirra hæðarbreytinga sem niðurstöður ISNET2004 mælinganna leiddu í ljós. Árið 2006 hófust svo viðræður við finnsku landmælingastofnunina FGI um að koma að algildum þyngdarmælingum á Íslandi. Undirtektir Risto Kuittinen forstjóra FGI og Dr. Jakko Mäkinen yfirmann rannsókna voru mjög jákvæðar. Ákveðið var að mælingarnar myndu fara fram sumarið 2007 og hófst undirbúningur fyrir þær snemma árs 2007. Jakko Mäkinen kom til landsins í lok júlí og stóðu mælingar yfir með hléum fram í október. Á meðan mælingarnar stóðu yfir kom Risto Kuittinen í heimsókn til landsins til þess að fylgjast með framgangi mælinganna. Á fundi Kuittinen, Magnúsar Guðmundssonar forstjóra LMI og Þórarins Sigurðssonar yfirmanns mælingasviðs LMI var frekara samstarf milli stofnananna rætt og kom upp sú hugmynd að hefja úrvinnslu á þeim gögnum sem þegar hafði verið aflað fyrir nýtt hæðarkerfi fyrir Ísland og þar með gefa út fyrstu útgáfu af sameiginlegu hæðarkerfi fyrir landið. Jakko Mäkinen og Guðmundi Valssyni var falið að skoða málið og vinna minnisblað vegna málsins. Þeir töldu þetta góðan kost en lögðu þó áherslu á að unnið yrði áfram að mælingum á þeim mælininum sem átti að mæla í hæðarnetinu.

Þá var farið yfir helstu úrvinnsluþætti við útreikinga á hæðarkerfi en þessi úrvinnsla er mjög viðamikil, bæði er um að ræða mikið magn af gögnum auk þess sem úrvinnslan er margþætt. Helstu verkþættir eru sem hér segir.

- Safna öllum mæligögnum saman og koma þeim á samræmt form;
- Skilgreina röð punkta eftir mælininum og alla tengipunkta;
- Vinna úr öllum þyngdarmæligögnum sem aflað hefur verið í hæðarnetinu;
- Reikna jafnmættistölur í öllum punktum;
- Leiðrétta mælingar m.t.t. landriss;
- Jafna út netinu með frjálsri útjöfnun;
- Reikna tengingar við sjávarfallamæla;
- Tengja netið við algildar þyngdarmælistöðvar þar sem það hefur ekki verið gert;
- Ákveða núllflöt fyrir kerfið  $W_0$  og tímaviðmiðun;
- Festa netið á núllflötinn með þvingaðri útjöfnun;
- Taka afstöðu til þess hvaða hæðir eigi að nota, orthómetrískar eða normalhæðir;
- Reikna orthómetrískar eða normalhæðir;
- Gefa út skýrslu um verkið og hæðir á öllum stöðvum í netinu.

9

NKG = Nordiska Kommissionen för Geodesi

10

BKG = Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie

Mäkinen áætlaði að þessi úrvinnsla næmi a.m.k. 1.5-2 ársverkum. Stærsti verkþátturinn er undirbúningur mæligagna til úrvinnslu, bæði finhallamæligögn og þyngdarmæligögn en aðrir þættir ættu að taka styttri tíma ef allt væri eðlilegt.

Það var mikill fengur fyrir Landmælingar Íslands að fá FGI til þess að taka þátt í þessu verkefni þar sem stofnunin býr yfir gríðarlega mikilli þekkingu á hæðarkerfum og höfðu nýlega lokið við mælingar á þriðja hæðarneti Finnlands en þær mælingar fóru fram á árunum 1978-2004 og nýtt hæðarkerfi N2000 var gefið út árið 2007 (Saaranen, V., o.fl. 2009).

## Fínhallamælingar

Fyrsta skrefið í úrvinnslunni á fínhallamæligögnunum var að safna öllum upprunalegum mæligögnum saman. Vegagerðin hefur haldið utan um mælingarnar í Excel-skjali sem inniheldur margvíslegar upplýsingar um mælingarnar. Í skránni er að finna röð fastmerkja á mælilínu, heiti fastmerkis, ártal mælinga, tegund, staðsetningu sé hún til staðar, mældan hæðarmun fram og til baka, fjölda uppstillinga á mælibili, meðal hæðarmun og gróflega útreiknaða hæð.

Guðmundur Valsson fór til Finnlands í júní 2008 með öll þau hallamæligögn sem tiltæk voru á þeim tíma og vann þar í eina viku með Veikko Saaranen við að átta sig á þeim formum sem gögnin voru á og hvernig best væri að koma þeim á það form sem Finnarnir nota við útreikninga sína.

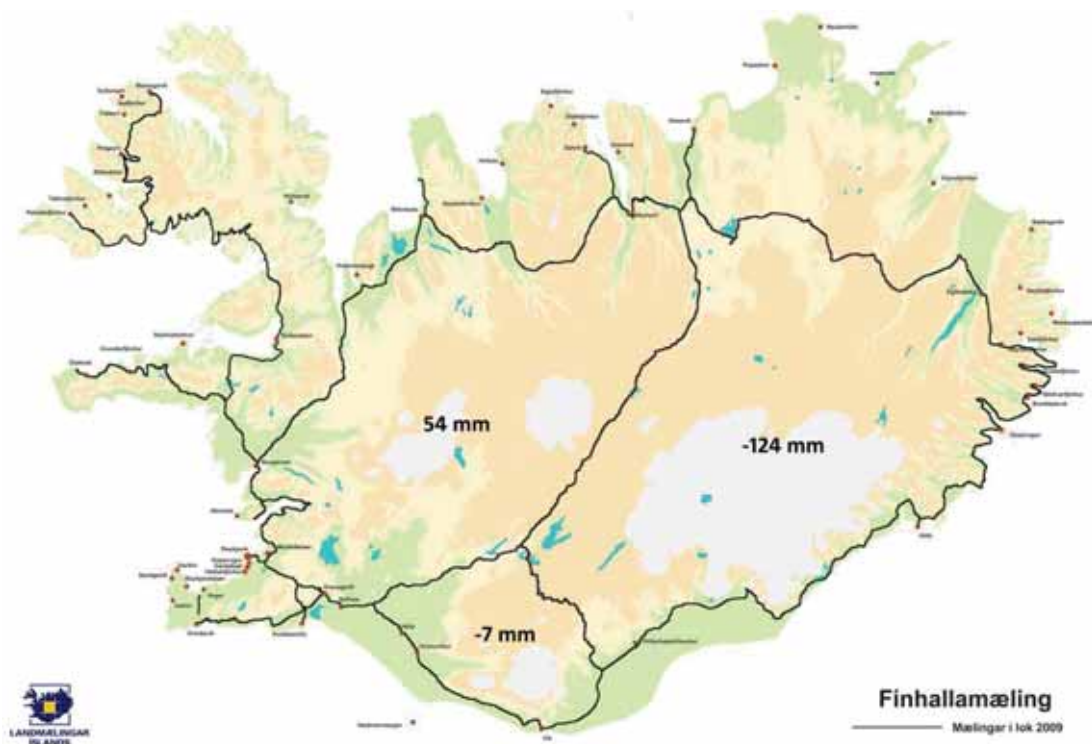
Haustið 2008 var farið yfir allar mæliskrár til að kanna hvort allar mælingar sem tilgreindar eru í Excel-skjali Vegagerðarinnar væru örugglega til staðar. Í desember var síðan fyrsta útgáfa af forritinu Halli tilbúin en tilgangur forritsins var að breyta öllum gögnum yfir á samræmt form fyrir úrvinnsluna. Veikko Saaranen þróaði forritið. Stærsti hluti gagnanna var á þrem formum; Leica form Vg frá 1992-1996, Leica form Vg frá 1997-2009 og Zeiss form LMÍ. Auk þess voru nokkrar mælingar frá Landsvirkjun á Excel-formi en annars voru þau á nýrra Leica formi Vg. Gögn voru flokkuð eftir mælilínum og ártali mælinga og síðan settar í möppur þannig að í hverri möppu væri samfelld mælilína. Þá var þeim komið á samræmt form. Í sumum tilfellum þurfti að leiðrétta villur í upprunalegu gögnunum til þess að hægt væri að lesa þau yfir á samræmda formið. Þetta verk var unnið í janúar 2009.

Eftir að gögnunum hafði verið komið á samræmt form voru gæði gagnanna prófuð. Forritið Halli skrifar bæði skrár sem gefa yfirlit og niðurstöður hallamælinganna auk þess að skrifa skrár með sjálfum mælingunum. Farið var yfir hverja einustu mælingu og hvort mælingar fram og til baka væru ekki í samræmi við Excel-skrá Vg. Þetta er gríðarlega mikilvægt þar sem ein röng skráning hefur áhrif á hæðina í öllum fastmerkjum. Þá var farið yfir hvort upplýsingar um tækjabúnað og Invar-stangir væru til staðar og réttar upplýsingar settar inn ef vantaði. Þetta var einnig gert með upplýsingar um hitastig og tímasetningu mælinganna. Þessar upplýsingar eru nauðsynlegar fyrir stangarleiðréttingar. Auk þess voru heiti á fastmerkjum í mæliskrá og Excel-skjali Vg samræmd. Í Leica tækjum Vg og LV er ekki mögulegt að skrifa inn bókstafi sem skýra þetta ósamræmi. Þá var staðsetning reiknuð fyrir þau fastmerki sem ekki höfðu hana. Samhliða þessari vinnu voru gerð Excel-skjöl sem innihalda nauðsynlegar upplýsingar um mælingarnar fyrir úrvinnsluna. Í þessum skjölum er að finna einkvæmt númer fyrir hvert fastmerki, heiti fastmerkisins í Vg Excel-skjali, heiti fastmerkisins í mæliskrá, staðsetningu, meðal hæðarmun, meðal vegalengd, skáarnafn upprunalegrar mæliskrá, hallamælitæki, stangarpar og grófa hæð. Að verkinu komu Guðmundur Valsson, Carsten J. Kristinsson og Dalia Prizginiene. Þessi vinna stóð yfir frá miðjum janúar 2009 og var að mestu leyti lokið í apríl sama ár. Meðan á þessu stóð safnaði Þórarinn Sigurðsson öllum skýrslum um kvörðun á mælitækjum sem áttu sér stað á árunum 1992-2008 og kom þeim fyrir á einum stað.

Í apríl 2009 hittust svo Guðmundur, Mäkinen og Saaranen á fundi hæðarhóps NKG í Kaupmannahöfn og unnu frekar að úrvinnslunni. Guðmundur og Saaranen komu stangarleiðréttingum inn í forritið Halla en Mäkinen vann með þyngdargögnin frá OS (sjá kafla um þyngdarmælingar) og gerði úr þeim nýtt bráðabirgðapýngdarkort fyrir Ísland.



Saaranen kom síðan til Íslands í maí 2009. Þá var unnið að því að koma öllum hallamæligögnum sem mynda aðalrykkjur hæðarnetsins saman auk þess að framkvæma stangarleiðréttingar. Upp komu vandamál við nöfn á fastmerkjunum þar sem allnokkur fjöldi hét sömu nöfnum. Búnaðarvörður voru til þess að finna þessi fastmerki auk þess sem búið var til fljótandi nafnakerfi þannig að hvert fastmerki fékk sitt númer í úrvinnslunni svo ekki léki vafi á að um rétt fastmerki væri að ræða hverju sinni. Þegar búið var að koma öllum gögnunum saman framkvæmdi Saaranen útfjöfnun á hráu hallamæligögnunum til þess að athuga hvort þar leyndust stórar villur. Niðurstöðurnar voru góðar og í nokkru samræmi við það sem búist var við. Hringvegurinn lokaðist upp á 77 mm eins og fyrri niðurstöður höfðu sýnt. Þegar hallamæliykkjurnar þrjár voru skoðaðar kom í ljós að vesturlykkjan lokaðist upp á 54 mm, suðurlykkjan upp á -7 mm og austurlykkjan upp á -124 mm (sjá kort 5).

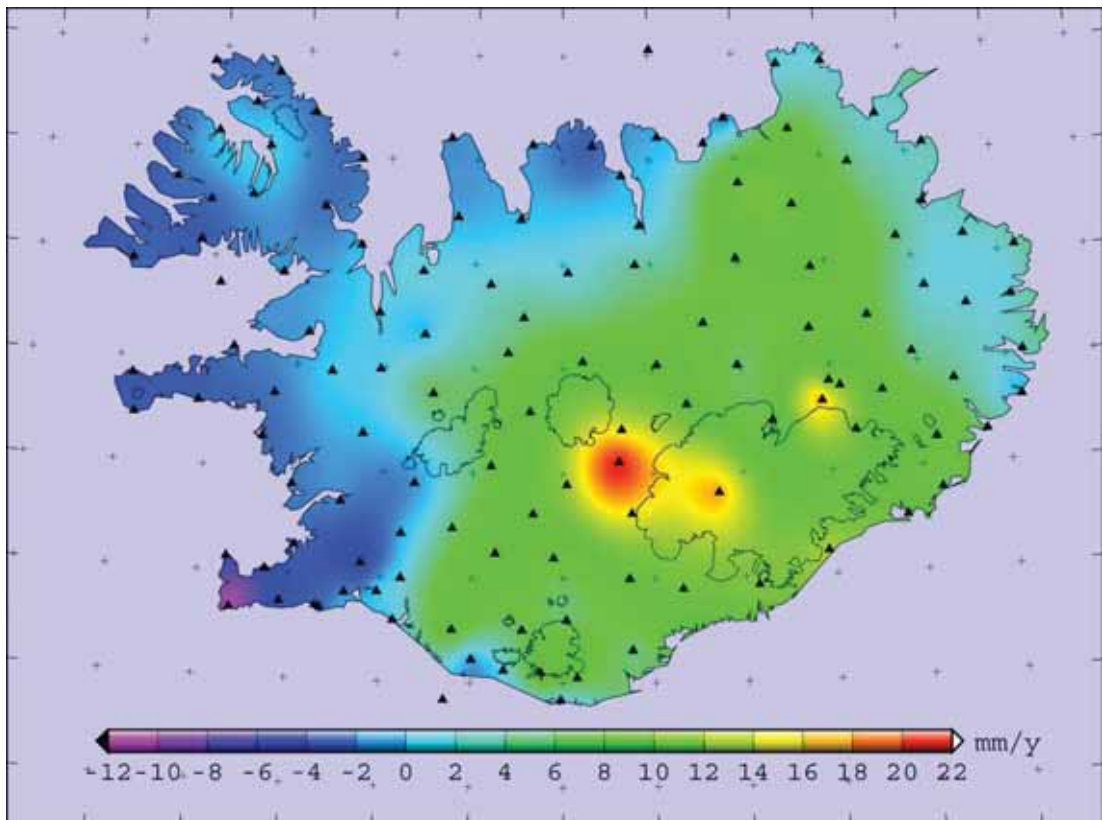


Kort 5 Lykkjulokun á hrárum fínhallamælingum

Lítið var unnið við úrvinnslu á mæligögnum um sumarið en um haustið var unnið að því að koma inn tengingum við sjávarfallamæla, algildar þyngdarmælistöðvar, fastmerki í grunnstöðvaneti og fastmerki sem mæld voru inn sem leggir. Þegar unnið er með leggi í hæðarmælingum er mjög erfitt að átta sig á því hvort villa hafi slæðst inn. Þarna koma GPS-mælingarnar sem gerðar hafa verið í hæðarkerfinu að mjög góðum notum þar sem hægt er að nota niðurstöður þeirra með NKG96 geóíðunni til þess að bera saman við hallamælingarnar og sjá hvort þarna leynist grófar skekkjur.

Í nóvember 2009 fór Guðmundur til Finnlands og vann við að koma inn tengingunum og að koma inn leiðréttingum vegna hæðarbreytinga á allar mælingar auk þess að skoða tengingu kerfisins við sjávarfallamæla.

Eins og áður hefur komið fram leiddu niðurstöður samanburðar á ISN93 og ISN2004 í ljós umtalsverðar hæðarbreytingar á landinu frá 1993 og 2004. Bæði landris og landsig. Þetta hefur einnig verið staðfest þegar tímaseriur mælistöðva eru skoðaðar. Gert var líkan af hæðarbreytingum út frá niðurstöðum ISN samanburðarins auk þess sem lóðréttum færsluhröðum 13 GPS-jarðstöðva var bætt inn í líkanið. Fjögur fastmerki voru fjarlægð úr ISN gagnasettinu, þrjú á Suðurlandi vegna jarðskjálftanna árið 2000 og fastmerkið í Grímsvötnum vegna eldsumbrota árin 1996 og 1998. Þetta á þó ekki að koma að sök þar sem talsverður fjöldi GPS-jarðstöðva er á Suðurlandi auk þess sem það er jarðstöð í Grímsvötnum þannig að 124 fastmerki eru notuð til að gera líkanið. Líkanið var reiknað með forritinu GMT með surface-skipun. Skipunin byggir á því að gera net með „continuous curvature splines in tension algrími“ (Smith, W.H.F og P.Wessel, 1990) út frá mældum hæðarbreytingum. Spennugildi fyrir innri spennu var sett sem 0 en það gefur okkur minimum „curvature“ yfirborð. Líkanið er hægt að sjá á korti 6.



Kort 6. Líkan af hæðarbreytingum af Íslandi.



Hæðarbreyting frá mælitíma til viðmiðunartíma 2004.6 er reiknuð fyrir öll fastmerki. Svo er leiðrétt fyrir hæðarmismun milli fastmerkja á hverju mælibili þannig að eftir leiðréttingu er eins og allar mælingar í hæðarnetinu hafi farið fram í ágúst 2004. Ástæðan fyrir því að viðmiðunartíminn 2004.6 var valinn er að sami tími er notaður fyrir viðmiðunina ISN2004. Stærstu leiðréttingarnar eru rúmlega 3 mm en oftast eru þessar leiðréttingar einhver brot úr millimetra.

Þegar búið var að setja inn leiðréttingu vegna hæðarbreytinga var önnur útjöfnun gerð og kom í ljós að niðurstöðurnar bötnuðu lítillega. Vesturlykkjan lokaðist upp á 32 mm, austurlykkjan upp á -110 mm og suðurlykkjan upp á -13 mm.

Að þessu loknu var meðhöndlun á fínhallamæligögnunum einum og sér lokið og næsta skref var að blanda þyngdargildum inn í mælingarnar og reikna jafnmættistölur.



## Þyngdarmælingar

Úrvinnsla á þyngdargögnum var gerð í tveimur forritum: CGxTool sem þróað hefur verið sérstaklega til þess að meðhöndla gögn frá Scintrex þyngdarmælinum (Gabalda, G. o.fl. 2003) og forrit sem Jaakko Mäkinen hefur þróað fyrir FGI.

Við úrvinnslu á afstæðum þyngdarmælingum þarf aðallega að reikna leiðréttingar fyrir fjóra þætti:

- Jarðföll (Earth tide);
- Tímabundið rek í mælitæki;
- Loftþrýstingsleiðrétting;
- Leiðrétting fyrir tækishæð.

Förum nánar yfir þessa þætti:

### Jarðföll (ETC)

Aðdráttarafli sólar og mána hefur áhrif á lögun jarðar. Þekktustu áhrifin eru sjávarföllin en jarðskorpan aflagast vegna þessara áhrifa um allt að 30 cm tvisvar á dag. Þetta hefur áhrif á niðurstöður þyngdarmælinga þar sem breyting á lögun jarðarinnar breytir fjarlægð þyngdarmælisins frá miðju jarðar. Aflögunin er breytileg eftir tíma og staðsetningu og er notast við líkön til að reikna út þessa aflögun. Við úrvinnslu á þyngdargögnum var notast við staðlað jarðfallalíkan Longmans (Longman, 1959) en einnig er hægt að notast við nýrri og flóknari líkön sem taka tillit til áhrifa sjávarfalla og staðbundinna áhrifa. Áhrif þessarar aflögunar geta verið allt að 0.2 mGal sé mælt í sama punkti á mismunandi tíma.

### Tímabundið rek í þyngdarmæli (DC)

Tímabundið rek í þyngdarmæli er í raun frávikið frá langtíma reki mælisins sem mælt er þegar hann er kvarðaður. Þetta rek þarf að meta með því að mæla a.m.k. tvisvar í hverju fastmerki á mismunandi tíma. Gengið er út frá því að rekið sé línulegt yfir styttri tíma og því er ákvarðaður einn rekstuðull fyrir hvern dag mælinganna. Við þyngdarmælingar í hæðarkerfinu er oftast notast við svokallaða próflaðferð. Reiknaður er þyngdar- og tímamismunur milli fyrri og seinni mælingar í fastmerki. Rekstuðullinn er svo reiknaður með fervikagreiningu sem er á forminu

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

þar sem  $y$  er munurinn á þyngdarmælingunum,  $\beta_0$  er fasti sem gefur til kynna hvort stökk hafi átt sér stað við mælingarnar,  $\beta_1$  er tímabundna rekið sem fall af tíma og  $x$  er tímamismunur milli mælingar. Óþekktar stærðir eru  $\beta_0$  og  $\beta_1$  og þær eru fundnar út á eftirfarandi hátt:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

þar sem:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix} \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}.$$

Þegar búið er að reikna rekið er reiknuð leiðrétting fyrir hverja mælingu þannig að

$$DC(t) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(t - t_0)$$

þar sem  $t$  er tíminn sem mælingin er framkvæmd á og  $t_0$  er tíminn sem fyrsta mæling dagsins er gerð.

### Loftþrýstingsleiðrétting (PC)

Loftþrýstingur hefur lítills háttar áhrif á þyngdarmælingar. Hægt er að setja þessa leiðréttingu fram á línulegu formi (Torge, 1989):

$$PC(t) = C_P \times (P_Z(t) - P_{Z0}(t))$$

Þar er  $C_P$  línulegur stuðull fyrir loftþrýstingsleiðréttingu vanalega hafður  $0.3\mu$  Gal/hPa samkvæmt meðmælum frá IAG Resolution N°9 frá 1983 (IGC, 1988).  $P_Z(t)$  er mældur loftþrýstingur og  $P_{Z0}$  er samkvæmt stöðluðu líkani

$$P_{Z0} = 1013.25 \left( 1 - \frac{0.0065 \times Z}{288.15} \right)^{5.2559}$$

þar sem  $Z$  er hæð á mælistöð.

Frávikið milli  $P_Z(t)$  og  $P_{Z0}(t)$  er sjaldnast meira en 20-30 hPa og því verður þessi leiðrétting sjaldnast meiri en  $10\mu$ Gal.

### Leiðrétting vegna mismunandi tækishæðar (HC)

Tækishæð þarf að leiðrétta þegar þyngdarmæli er stillt yfir fastmerki. Fyrir Scintrex CG-3M spanna skrúfurnar á þrífætinum 47 mm (Sintrex User's guide, 1995). Til þess að leiðrétta þetta er framkvæmd svokölluð „Free Air Gradient“ leiðrétting en hún er  $-0.3086\text{mGal/m}$ . Eins og áður var sagt þá getur munað 47 mm á tækishæð Scintrex CG-3M en það þýðir leiðréttingu allt að  $-0.0145\text{mGal}$ .

### Ákvörðun á þyngdarmun

Leiðrétt gildi fyrir hverja mælingu fæst með því að bæta við þeim leiðréttingum sem fjallað hefur verið um hér fyrir ofan við mælt gildi RU. Þannig að:

$$G(t) = RU(t) + ETC(t) - DC(t) + PC(t) + HC(t)$$

Þar sem margar mælingar eru framkvæmdar í hverju fastmerki þá verður lokagildið vegið meðaltal þessara mælinga þar sem þær mælingar sem hafa minnsta skekkju hafa mesta vægið. Þegar þessu er lokið höfum við ákvarðað þyngdarmun milli allra fastmerkja sem voru mæld þann daginn. Til þess að fá þyngdargildi er því nauðsynlegt að a.m.k. eitt fastmerki sé með þekkta þyngd. Þetta er gert með því að tengja mælingarnar við fastmerki sem mæld hafa verið með algildum þyngdarmæli. Alls hafa verið mæld átta fastmerki á Íslandi með algildum þyngdarmæli; í Reykjavík, Vík í Mýrdal, Höfn í Hornafirði, Egilsstöðum, Akureyri, Hólmavík, Herðubreiðalindum og á Háumýrum.

## Þyngdarkort af Íslandi

Á árunum 1968 til 1973 fóru fram umfangsmiklar þyngdarmælingar á vegum Orkustofnunar (OS) og Kortadeildar Bandaríkjahers (Defence Mapping Agency, DMA) (Gunnar Þorbergsson o.fl., 1993). Á árunum 1968-1971 voru mældar 1610 mælistöðvar víðast með um 10 km millibili og eru þær dreifðar yfir landið. Á árunum 1972-1973 voru svo framkvæmdar þyngdarmælingar á sjó en auk OS og DMA komu Sjósmælingar Íslands að því verkefni. Skráðar voru mælingar á yfir 8400 stöðum. Árið 1985 réðust OS og DMA í umfangsmiklar mælingar á austanverðu landinu og voru þá yfir 800 mælistöðvar mældar. Þessar mælingar mynda grunninn af þyngdarkorti af Íslandi sem gefið var út í mælikvarða 1:1 000 000 árið 1993.

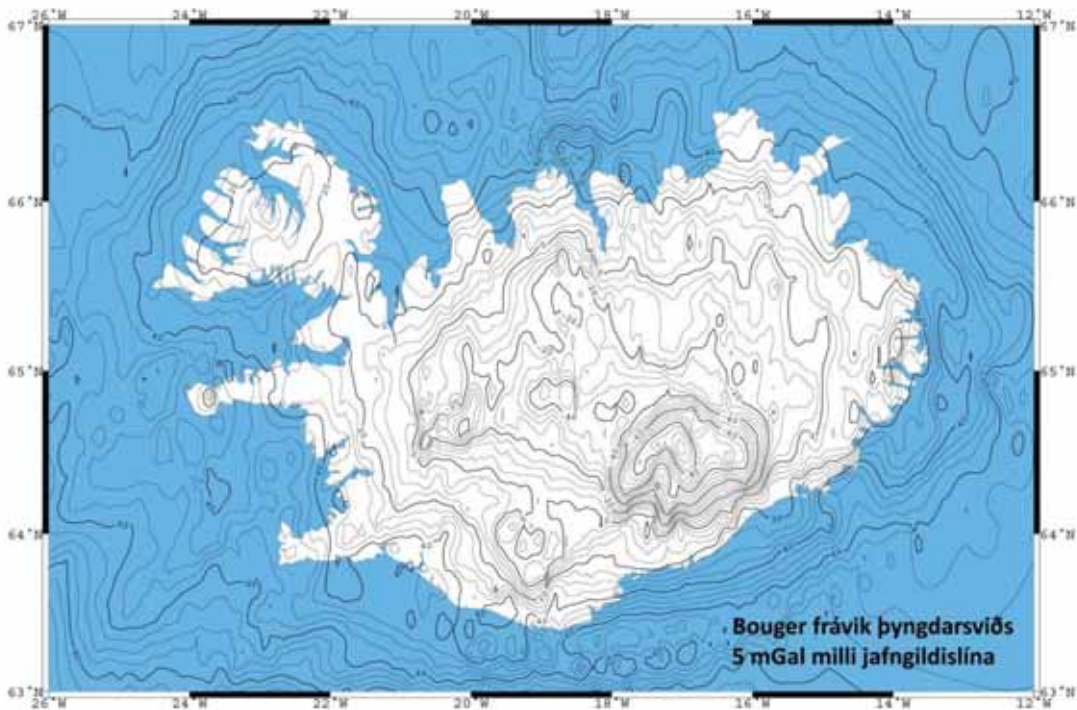
## Úrvinnsla á þyngdarmælingum

Í lok nóvember 2009 var úrvinnsla á fínhallamælingum í hæðarnetinu lokið og einungis átti eftir að bæta mældum þyngdarmælingum við netið. Jaakko Mäkinen kom til Íslands í desember 2009 og reiknaði fyrstu útgáfu af landshæðarkerfinu en sú útgáfa studdist eingöngu við þyngdargildi sem fengin voru af endurreiknuðu þyngdarkorti Orkustofnunar. Þessar niðurstöður voru kynntar á málstofu á Grand Hôtel þann 15. desember 2009. Í ferð sinni til Íslands hóf Mäkinen að vinna úr þyngdarmælingunum sem gerðar voru í hæðarnetinu. Hann komst þó ekki langt með þessa úrvinnslu í heimsókn sinni en ætlunin var að ljúka þessari úrvinnslu í byrjun árs 2010. Þetta dróst vegna annarra verkefna Mäkinen hjá FGI. Lítið gerðist fyrr en um haustið en þá fengu Landmælingar Íslands aðgang að forritinu CGxtools frá BGI (International Gravimetric Bureau). Þetta forrit er sérstaklega hannað til að vinna með gögn frá Scintrex þyngdarmælum. Ákveðið var að reikna þyngdargildi með þessu forriti í samráði við Mäkinen en hann hafði fullan hug á að reikna einnig með sínu forriti og bera niðurstöðurnar saman. Unnið var úr þyngdarmælingunum í október og nóvember 2010. Reiknuð voru þyngdargildi út frá mælingum hvers dags fyrir sig. Mäkinen kom svo til Íslands í desember og lauk við úrvinnslu á þyngdarmælingunum með sínu eigin forriti. Við samburð kom í ljós að lítills háttar munur var á niðurstöðunum, sjaldnast meiri en  $50\mu\text{Gal}$  en helsta skýringin á því var að niðurstöður Mäkinen voru útjafnaðar en ekki niðurstöðurnar frá CGxtool. Einnig kom í ljós við samburðinn að nokkur hnit á fastmerkjum voru röng í gagnasetti Mäkinen og var það leiðrétt. Þegar niðurstöðurnar lágu fyrir var ákveðið að bæta lausninni frá Mäkinen við gögnin frá Orkustofnun og gera nýtt þyngdarkort (sjá kort 6). Kortið sýnir svokölluð Bouguer-frávik þyngdarsviðsins. Sé lítið framhjá leiðréttingu vegna landslags er Bouguer-frávik munurinn á mældri meðalþyngd eftir lóðlinu og meðalþverstæðri þyngd í sama punkti. Frávikid verður því:

$$\Delta g_B = \bar{g} - \bar{\gamma} = g - \delta g_p(H) + \delta g_f(H) - \gamma_0$$

þar sem  $\bar{g}$  er meðalþyngd,  $\bar{\gamma}$  er meðal þverstæð þyngd,  $g$  er mælt þyngdargildi,  $\delta g_p$  er leiðrétting fyrir Bouger-plötu,  $\delta g_f$  er free air-leiðrétting og  $\gamma_0$  er þverstæð þyngd á viðmiðunnarsporvölu (sjá kafla um normalhæðir). Formúlur og skilgreiningar á leiðréttingu fyrir Bouger-plötu og free air-leiðréttingu er að finna í flestum textabókum um landmælingafræði t.d. Physical Geodesy (Hofmann-Wellenhof og Moritz, 2005) og Geodesy (Torge, 2001).

Kortið var síðan notað til þess að ákvarða þyngdargildi fyrir öll fastmerki í hæðarnetinu.



Kort 7. Þyngdarkort af Íslandi

## Jafnmættistökur

Í kaflanum um hæðir og hæðarkerfi má skilja svo að mæla þurfi þyngdargildi fyrir hvern standpunkt hallamælitækis á hallamælilibili og strangt til tekið er það svo. Þetta er hins vegar nær ógerlegt í raunveruleikanum. Það er látið duga að ákvarða meðalþyngd á bilinu með því að taka meðaltal þyngdar í endapunktum hallamælibilsins. Þessi nálgun er nægjanleg þar sem breytingar í þyngd eru frekar línulegar á stuttum vegalengdum. Skekkja upp á 5mGal í meðalþyngd á hallamælilibili veldur um 0.5 mm skekkju ef hæðarmunur á bilinu er 100 m. Meðal þyngdargildi fæst með jöfnunni:

$$\hat{g} = \frac{1}{2}(g_A + g_B)$$



þar sem  $g_A$  og  $g_B$  eru þyngdargildin í punktunum A og B þá verður þyngdarmættismunurinn:

$$\partial W_{AB} = \hat{g} \cdot \partial H_{AB}$$

Þetta er reiknað fyrir hvert einasta mælilibil í hæðarnetinu auk þess sem stangarleiðréttingum og leiðréttingum á hæðarbreytingum er breytt yfir í þyngdarmættismun og bætt við. Þegar þessu er lokið liggur fyrir leiðréttur þyngdarmættismunur fyrir öll hallamælilibil í landshæðarnetinu.

Eins og áður hefur komið fram voru þyngdargildi fengin út frá þyngdarkorti sem gert var út frá mælingum OS og DMA annars vegar og mældum þyngdargildum í fastmerkjum í hæðarkerfinu hins vegar. Þegar búið var að ákvarða þyngdarmættismun fyrir öll hallamælilibil voru gögnin tilbúin í lokaútfjöfnun.



## Útjöfnun og skekkjugreining

Þegar búið er að breyta öllum hallamælingum í jafnmættistölur má ætla að allar lykkjur í hæðarnetinu lokist á núlli. Hins vegar er það sjaldnast raunin þar sem alltaf er einhver skekkja í mælingum. Eins og áður hefur verið farið yfir þá er nákvæmniskrafan á mælingunum 3.2 mm vkm eða 6 mm vkm eftir mællínum. Til þess að dreifa skekkjunum er gerð útjöfnun á mælingunum. Útjöfnunin byggist á aðferð minnstu ferveika og miðar að því að lágmarka samanlagt frávik mælinganna í öðru veldi. Einungis er hægt að jafna út þeim mælingum sem mynda lykkjur í hæðarnetinu. Hinar mælingarnar eru svo tengdar við netið með því að reikna meðaltal hvers hæðarbils fyrir sig og svo er lína tengd við útjafnað gildi í fastmerkinu sem tengir línurnar við hæðarnetið. Útjöfnunin er sett upp á eftirfarandi hátt:

$$l + v = A\hat{x}$$

þar sem  $l$  er vigur með hallamælingunum,  $v$  er skekkjuvigur,  $A$  er hönnunarfylki sem endurspeglar sambandið milli mælinganna og  $\hat{x}$  er svokallað þáttafylki. Þá er oft bætt við fylki  $P$  sem er kallað vigtarfylki en þar er mælingunum gefin vigt, oftast í samræmi við vegalengd milli fastmerkjanna.  $A$  og  $l$  fylkin eru þekkt og takmarkið er að ákvarða  $\hat{x}$  þannig að kvaðratsumman  $v^T P v$  sé sem minnst. Ekki verður farið nánar í hvernig þessi fylki eru sett upp en dæmi um það er að finna í flestum bókum um útjöfnunarreikning t.d. Ausgleichsrechnung eftir Wolfgang Niemeier (Niemeier, 2002). Formúlan fyrir þessu er:

$$x = (A^T P A)^{-1} A^T P l$$

Þá verður  $v$ :

$$v = Ax - l$$

Staðalfrávikíð á útjöfnuninni er svo ákvarðað með:

$$s_0^2 = \frac{v^T P v}{n - e}$$

þar sem  $n - e$  er fjöldi frelsisgráða í útjöfnuninni. Svo er hægt að meta nákvæmni hvers hæðargildis með því að margfalda hlutfykið  $Q_{xx}$  með staðalfrávikinu:

$$Q_{xx} = (A^T P A)^{-1}$$

Fylkið sem fæst með þessari margföldun kallast dreifnifylki<sup>11</sup>:

$$\bar{\Sigma}_{xx} = s_0^2 Q_{xx}$$

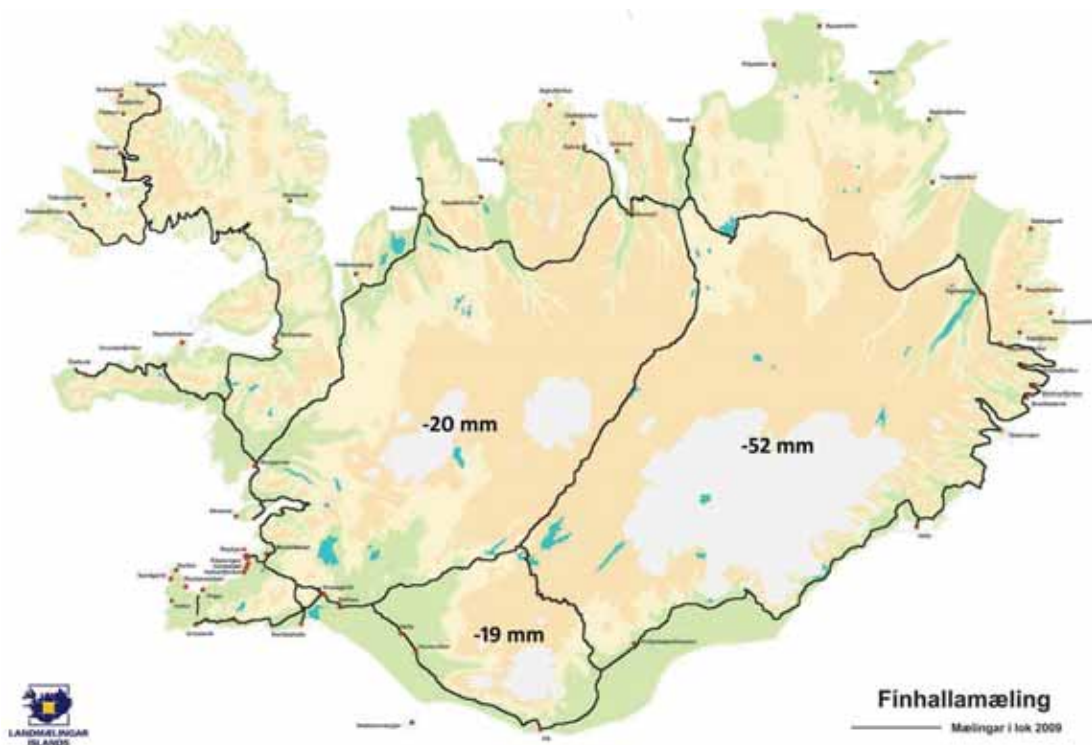
Á hornalínu fylkisins getum við svo séð dreifnina fyrir hvert hæðargildi. Sé kvaðratrótin tekin af þessum gildum fáum við staðalfráviknið fyrir útreiknað hæðargildi. Útjöfnun á öllu hæðarnetinu var gerð af FGI með forritinu X-position en útjöfnun á lykkjunum var einnig framkvæmd hjá Landmælingum Íslands með forritinu Geolab til samanburðar. Við útjöfnunina voru reiknuð 95% vikmörk fyrir hæðargildin. Þetta er gert með því að margfalda hornalínu dreifnifylkisins með 1.96. Þessi frávik eru að meðaltali um 20 mm en verða mest um 26 mm. Þetta þýðir að nákvæmni netsins með 95% líkum er hvergi verri en  $\pm 26$  mm yfir allt landið. Þetta segir okkur hins vegar lítið um innbyrðis nákvæmni netsins enda væri skekkja milli tveggja fastmerkja upp á 26 mm óásættanleg. Til þess að átta sig á innbyrðis nákvæmninni eru bæði lykkjulokunin og nákvæmnin skoðuð með því að deila í lokunina með kvaðratrótinni af lengd lykkjunnar í km.

Þegar lykkjulokunin er skoðuð kemur í ljós að austurlykkjan lokast upp á -0.050 gpu (-52 mm), vesturlykkjan á -0.02gpu (-20 mm) og suðurlykkjan á -0.018 gpu (-19 mm). Nánari greiningu er að finna í töflu 8 og á korti.

Lykkja	Lokun [mm]	Lengd [km]	s [mm/ $\sqrt{\text{km}}$ ]
Austurlykkjan	-52	1188	1.5
Vesturlykkjan	-20	893	0.7
Suðurlykkjan	-19	366	1.0

Tafla 8. Lokun á lykkjum í hæðarnetinu.





Kort 8 Lykkjulokun við loka útjöfnun

Út frá þessum tölum sést að nákvæmni netsins er innan þeirra marka sem lagt var upp með þegar mælingar á hæðarnetinu hófust.

Til þess að átta sig á nákvæmni tenginganna við sjávarfallamæla og aðrar tengingar er hægt að skoða tölfraeðina á bak við mun á mælingum fram og til baka. Þessa tölfraeði er að finna í töflu 9.

Mæilína	$s$ [mm/ $\sqrt{(\text{km})}$ ]	Max [mm]	Min [mm]	Std[mm]	Undir 3.2mm/ $\sqrt{\text{km}}$
Snæfellsnesslínán	0.1	4.4	-3.8	1.6	96%
Barðastrandarlínán	0.2	6.8	-6.5	1.9	91%
Suðurstrandarvegslínán	0.0	4.3	-4.7	2.0	89%
Skagastrandarlínán	0.3	2.6	-2.6	1.2	100%
Dalvíkurlínán	1.1	4.2	-2.3	1.4	96%
Húsavíkurlínán	0.7	2.6	-2.9	1.1	100%

Tafla 9. Frávik og skekkjugreiningá tengingum við sjávarfallamæla í hæðarnetinu.

Nákvæmniskrafan fyrir þessar línur er 6 mm  $\sqrt{\text{km}}$ . Við sjáum að á Barðastrandarlínunni fer skekkjan yfir leyfileg mörk. Þegar mæligögnin eru skoðuð nánar kemur í ljós að þetta gerist á fjórum mælibilum. Þessi bil hefði átt að mæla aftur. Þá veur einnig athygli að meðaltalið á Dalvíkurlínunni er 1.1 mm og 0.7 mm á Húsavíkurlínunni. Þetta veur upp þær spurningar að um einhverja kerfisbundna skekkju sé að ræða á þessum mæilínum. Þegar staðalfrávikin á línunum eru skoðuð verður ekki annað séð en að nákvæmni á línunum sé ásættanleg. Þá sést einnig að hlutfall bila sem eru undir 3.2 mm  $\sqrt{\text{km}}$  er lægst 89% á Suðurstrandarlínunni.

## GPS-mælingar

Úrvinnsla á GPS-gögnum var gerð með forritinu Trimble Total Control v2.73. Þessi úrvinnsla var gerð ymist af Daliu Prizginiene eða Guðmundi Valssyni og fór fram á árunum 2007 til 2011. Unnið var úr gögnum frá hverri mæliherferð fyrir sig. Við upphaf úrvinnslu var unnin Excel-skrá sem hefur að geyma allar upplýsingar af mæliblöðum. Þá var öllum mæliskráum breytt yfir á RINEX-form áður en úrvinnslan hófst.

Við úrvinnsluna voru notaðar nákvæmar gervitunglabrautir frá IGS (The International GNSS Service), jónahvolfslíkan frá Háskólanum í Bern og veðrahvolfslíkan Niell. Helstu stillingar er að finna í töflu 10.

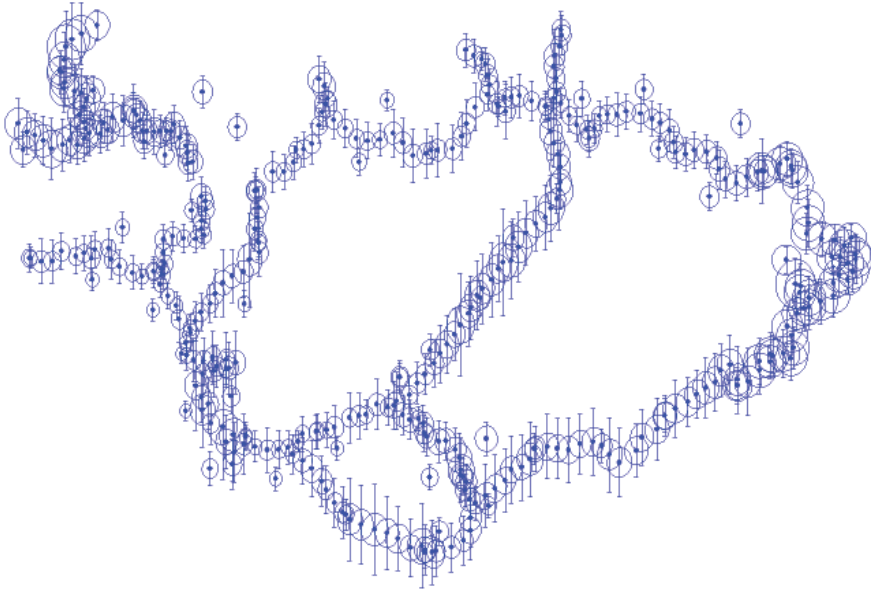
Helstu stillingar fyrir úrvinnsluna í Trimble Total Control	
Úrvinnslumillibil	15 sek
Hæðarhorn	5°
Gerð lausnar	Besta Lc eða L1 lausn valin
Tropospheric-líkan	Niell
Meteorological-líkan	MSIS
Gerð gervitunglabrauta	IGS final orbits
Loftnetskvörðun	GNPCVDB

Tafla 10. Helstu stillingar við úrvinnslu á GPS-gögnum í hæðarnetinu.

Næst voru þær grunnlínur sem vinna átti úr valdar. Eins og áður hefur verið nefnt var mælitíminn í fastmerkjunum misjafn og helst til stuttur í fyrstu mælingunum. Í þeim tilfellum var reynt að velja einungis stuttar grunnlínur til að niðurstöðurnar yrðu sem nákvæmastar. Þegar búið var að velja grunnlínur var úrvinnslan sett af stað. Þegar úrvinnsla á gögnunum var lokið var gert gæðapróf á niðurstöðunum. Þeir þættir sem þar voru skoðaðir eru lykkjulokun og endurtekning. Krafan er sú að þríhyrningar sem grunnlínurnar mynda lokist með minni mun en 10 mm +1 ppm og að ef fleiri en ein mæling er gerð á sömu grunnlínu þá sé munurinn ekki meiri en 10 mm +1 ppm. Ef grunnlínur uppfylltu ekki þessi skilyrði þá voru þær skoðaðar betur. Þetta var gert með því að skoða svokallað „residual plot“ fyrir grunnlínuna sem sýnir hvort gögn frá einhverju gervitungli valdi sérstakri skekkju á grunnlínunni. Ef eitthvað óvenjulegt kom í ljós voru þær mælingar fjarlægðar úr gögnunum og unnið aftur úr þeim. Ef þetta dugði ekki til þess að standast gæðaprófið var prófað að taka eitt og eitt tungl út til þess að sjá hvaða áhrif það hefði. Ef þessar aðgerðir skiluðu engum árangri voru þessar grunnlínur fjarlægðar. Næsta skref var að gera frjálsa útjöfnun á mælingunum. Frávik mælinganna voru þá skoðuð og ef eitthvað óeðlilegt kom í ljós voru þær mælingar skoðaðar aftur eins og lýst var hér fyrir ofan. Þessi úrvinnsla var framkvæmd fyrir hverja mæliferð. Öllum niðurstöðum var svo safnað saman í eina skrá og henni breytt yfir á form sem hægt var að nota við lokaútjöfnun í forritinu Geolab. Við úrvinnsluna kom í ljós að þær mælingar sem gerðar voru á Austurlandi árið 2000 uppfylltu ekki þá nákvæmni sem gert var ráð fyrir og var ákveðið að mæla þau fastmerki aftur en það var að gert í maí 2011.

Mælingarnar voru jafnaðar út í viðmiðun ISN2004. Vegna landreks má búast við að mælingarnar falli ekki alls staðar vel að ISN2004. Til þess að bregðast við þessu notum við „Weighted Station“-aðferð en með henni er losað aðeins um spennuna með því að leyfa hnitum grunnstöðvanna að breytast lítillega við útjöfnunina. Skilyrðið sem er sett í útjöfnunni er að hnit fastmerkja grunnstöðvanna megi ekki breytast

um meira en +/- 1 cm. Þessi aðferð losar um spennuna og lækkar vikmörk mælinganna talsvert en niðurstöðurnar breytast ekki mikið. Þegar við skoðum 95% vikmörk mælinganna sjáum við að nákvæmnin er að meðaltali 4 mm í legu og 8 mm í hæð. Mestu frávikin voru 9 mm í hæð og 20 mm í legu. Hægt er að sjá hvernig skekkjan dreifist á mynd 12.



Mynd 12. Skekkjudreifing í GPS-mælingum í hæðarnetinu.



## Sjávarfallamælingar

Við úrvinnslu á mæligögnunum var framkvæmd svokölluð fervikagreining. Aflestrar frá fasta og færánlega sjávarfallamælinum voru bornir saman og línulegt samband milli mælinganna metið þannig að summa fráviks í öðru veldi sé lágmarkuð á sama hátt og gert er fyrir tímabundið rek í þyngdarmælingum. Línulega sambandinu má lýsa með formúlunni:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

þar sem  $y$  er aflestur af færánlega sjávarfallamælinum,  $\beta_0$  er hæðarmunur á milli núllpunkta mælanna,  $\beta_1$  er skalamunur á aflestrarkvörðum mælanna og  $x$  er svo aflestur af fasta sjávarfallamælinum. Óþekktar stærðir eru  $\beta_0$  og  $\beta_1$  og þær eru fundnar út á eftirfarandi hátt:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

þar sem:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix} \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

og spágildi fyrir  $y$  fæst svo með:

$$\hat{y} = X \hat{\beta}$$

Restin er síðan reiknuð með því að taka mismun milli spágildis og raunverulegs gildis. Út frá niðurstöðunni er síðan hægt að finna fylgni og fleiri þætti til að meta áreiðanleika niðurstaðnanna. Formúla fyrir fylgni er:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_{Res}}{n-2} = MS_{Res}$$

þar sem  $SS_{Res}$  er:

$$SS_{Res} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Ekki verður farið nánar í hvernig vikmörk og fleiri stærðir sem tengjast fervikagreiningu eru reiknaðar en bent er á textabækur á borð við Introduction to Linear Regression Analysis eftir Douglas C. Montgomery o.fl. (Montgomery,D.C. 2001).

## Skilgreiningar á hæðarkerfinu

Þegar búið er að jafna út jafnmættistölum í hæðarnetinu er komið að því að reikna sjálft hæðarkerfið. Ákvarða þarf hvaða núllpunkt eigi að notast við og hvers konar hæðir skuli reikna. Ákveðið var að nota meðalsjárvarhæð í Reykjavík með tímapunkt 2004.6 sem núllpunkt WO. Þessi tímapunktur var valinn þar sem hann er sá sami og fyrir viðmiðun landshnitakerfisins, ISN2004. Ákveðið var að nota einungis meðalsjárvarhæð í Reykjavík þar sem mælingar þar hafa staðið yfir í mjög langan tíma eða frá árinu 1956. Hinir sjávarfallamælarnir voru flestir settir upp um miðjan tíunda áratuginn. Til þess að fá nákvæma mynd af meðalsjárvarhæð þurfa mælingar helst að hafa varað í 19.6 ár. Þá var ákveðið að normalhæðir fyrir landshæðarkerfið ættu að fylgja sömu skilgreiningu og gert er fyrir sameiginlegt hæðarkerfi Evrópu EVRS (European Vertical Reference System). EVRS fylgir ályktun IAG (International Association of Geodesy) nr. 16 frá 1983 (IGC, 1988) um að kerfið sé „zero tide“-kerfi sem þýðir að bein áhrif sólar og mána á þyngdarmættið eru fjarlægð (Mäkinen, Ihde, 2007). Hins vegar eru óbein áhrif eins og aflögun jarðar ekki fjarlægð. Auk EVRS hafa bæði Finnland og Svíþjóð reiknað nýju hæðarkerfin sín, N2000 og RH 2000 (Ågren og Svensson, 2007), með þessum hætti.

## Útreikningur á „Zero Tide“ leiðréttingu

„Zero Tide“ leiðréttingin er einungs háð breiddargráðu  $\varphi$  hvers fastmerkis og er reiknuð samkvæmt formúlunni

$$-0.28841 \cdot \sin^2 \varphi - 0.00195 \cdot \sin^4 \varphi + 0.09722 \text{kgal} \cdot m$$

Þessi leiðrétting er reiknuð fyrir hvert einasta fastmerki í hæðarnetinu og er á bilinu -13.6 cm til -14.6 cm fyrir Ísland þannig að afstæð leiðrétting yfir landið er um einn cm.

## Útreikningur á normalhæðum

Fjallað er um formúluverkið bak við útreikning á normalhæðum í kaflanum Hæðir og hæðarkerfi hér að ofan. Fyrsta skrefið í útreikningunum var að reikna út jafnmættisgildi á fastmerkinu LM0724 sem sjávarfallamælirinn í Reykjavík er tengdur við. Meðalsjárvarhæð á tíma 2004.6 er 3.001 m miðað við LM0724 og því verður gildi hans 2.9477. Gengið er út frá þessu gildi við útreikningana.

## Landshæðarkerfi Íslands ISH2004

Niðurstöður útreikninga á normalhæðum mynda hið nýja hæðarkerfi fyrir Ísland sem gefið var út þann 16. mars 2011. Hæðarkerfið fékk nafnið Landshæðarkerfi Íslands með viðmiðunina ISH2004. Í skýrslunni Landshæðarkerfi Íslands ISH2004 (Guðmundur Valsson o.fl. 2011) eru birtar hæðir á um 3000 fastmerkjum í hæðarkerfinu með kortum og töflum sem innihalda aðrar upplýsingar um merkin s.s. staðsetningu, tegund merkis og punktlýsingu. Ekki voru birtar hæðir á fastmerkjum sem notuð voru tímabundið eða vitað er að séu horfin. Þá var gefin út reglugerð um landshæðarkerfið í febrúar 2012 nr 1357/2011.

## Samanburður við sjávarfallamælingar

Þegar normalhæðir höfðu verið reiknaðar var ákveðið að bera niðurstöðurnar saman við meðalsjávarhæð á þeim stöðum í hæðarkerfinu þar sem tengt var í sjávarfallamæla. Niðurstöðurnar er að finna í töflu 11.

Sjávarfallamælir	TBM-TGZ	Tímabil	MSL 2004.6	Númer TBM	Nafn TMB	ISH2004 TBM	ISH2004 TGZ	MSL Height-ISH2004
Reykjavík	-5.2505	1956-2009	2.2494	Ic_2809	LM0724	3.00110	-2.24940	0.000
Grindavík	-3.8564	1994-2009	1.9810	Ic_3459	LM0722	1.78867	-2.06773	-0.087
Þorlákshöfn	-5.6189	1994-2005	1.8585	Ic_8038	LM0723	3.89110	-1.72780	0.131
Húsavík	-3.3120	1997-2009	0.7683	Ic_2864	LM051014	2.53279	-0.77923	-0.011
Dalvík	-3.3541	1997-2008	0.7714	Ic_2911	PO4S	2.52917	-0.82493	-0.054
Skagaströnd	-4.8650	2003-2009	0.7874	Ic_5044	RH9609	4.08566	-0.77934	0.008
Patreksfjörður	-4.5008	1997-2007	1.7059	Ic_3359	LM2000	2.81000	-1.69080	0.015
Ólafsvík	-6.2908	1997-2009	2.1620	Ic_2788	VR511	4.06852	-2.22228	-0.060

Tafla 11. Samanburður á normalhæðum og meðalsjávarhæð.

Frávikin frá meðalsjávarhæð frá sjávarfallamælunum miðað við ISH2004 hæðir eru mest 13 cm til -8.7cm. Þetta getur að einhverju leyti skýrst af því hversu stuttur mælitíminn er á sjávarfallamælunum og að meðalsjávarhæðin er einungis fengin frá meðalsjávarhæð en ekki leiðrétt fyrir reglubundnum sveiflum á meðalsjávarhæð. Meðaltalið á þessum mismun er hins vegar aðeins -0.7 cm.

Sé þetta borið saman við niðurstöður á útreikningum á danska hæðarkerfinu DVR90 eru þessi frávik aðeins hærrí á Íslandi en þar sveiflast þessi gildi frá 7.9 cm niður í -4.1 cm. Hins vegar byggir meðalsjávarhæð í Danmörku á mælingum frá um 1900 (Schmidt, 2000).

## Tenging við alþjóðlegt þyngdarlíkan

Á málþingi NKG um hæðarkerfi sem haldið var á Íslandi árið 2005 voru áhugaverðar umræður um hvernig skilgreina eigi hæðarkerfi á stöðum þar sem ekki er hægt að líta á neinn punkt sem stöðugan, eins og í tilfalli Íslands. Þessar umræður urðu Jan Kouba að innblæstri í grein sem hann ritaði í afmælisrit þýska prófessorsins Günter Seber (Kouba, 2006). Í grein sinni setur Kouba fram þá hugmynd að tengja hæðarkerfið við alþjóðlegt þyngdarlíkan með GNSS-mælingum. Þetta er gert þannig að valið er jafndreift



sett af fastmerkjum mældum með GNSS og vel skilgreindum hnitum í ITRF<sup>13</sup>. Gerður er samburður á jafnmættistölum eða hæðum fengnum út frá ITRF hnitum og alþjóðlegu þyngdarlíkani við jafnmættistölur eða hæðir fengnum úr hæðarkerfinu. Reiknað er meðalfrávik milli hæðanna frá þyngdarlíkaninu og hæðarkerfinu. Það er WO fyrir alheimskerfi og WO fyrir staðbundið hæðarkerfi. Hægt er að nota þetta meðalfrávik sem skilgreiningu á hæðarkerfinu í stað hefðbundinnar skilgreiningar með einu fastmerki. Kosturinn við þetta er að skilgreiningin byggir á frávikum allra GNSS-mældra fastmerkja sem notaðir eru í stað þess að halda einu fastmerki föstu.

Þessi aðferð hefur verið skoðuð fyrir ISH2004 og gerður hefur verið samburður við nokkur nýleg þyngdarlíkön. Samburður 316 GPS-mældra punkta í hæðarkerfinu við EGM2008<sup>14</sup> (Earth Gravitational Model 2008) ([http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08\\_wgs84.html](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html)) leiddi í ljós mun upp á -0.623 m að meðaltali. Með tilkomu GOCE<sup>15</sup> gervitunglsins ([www.esa.int/goce](http://www.esa.int/goce)) hefur orðið bylting í gerð alþjóðlegra þyngdarlíkana og má vænta þess að hægt sé að tengja hæðarkerfi með 2 cm nákvæmni með gögnum frá GOCE þar sem ætla má að „long wave“ nákvæmni sé um 1 mGal (Drinkwater, o.fl. 2006). Nokkur líkön hafa verið gerð með gögnum frá GOCE og sams konar samburður hefur verið gerður fyrir þessi líkön og fyrir EGM2008. Munurinn á þessum líkönum og ISH2004 er á bilinu -0.112 til -0.007 m. Þessar niðurstöður voru kynntar á plakati á EGU<sup>16</sup> General Assembly 2011 sem var haldið í Vín. Í ljósi þessara niðurstaðna er skynsamlegt að biðja með skilgreiningu á ISH2004 byggða á alþjóðlegu þyngdarlíkani þangað til nýtt EGM kemur út þar sem gögn frá GOCE eru hluti af lausninni. Gerð verður grein fyrir þessari skilgreiningu í sérstakri skýrslu um leið og niðurstöður liggja fyrir.

## Framtíð og áframhaldandi uppbygging hæðarkerfisins

### Áframhald mælinga

Eins og fram hefur komið hefur ekki verið lokið við mælingar á hæðarnetinu miðað við upprunalega áætlun vinnuhóps umhverfisráðuneytisins. Eftir er að mæla línu yfir Kjöl og Gæsavatnaleið auk tenginga við ýmis sveitarfélög. Ætla má að á næstu árum verði unnið að mælingum yfir Kjöl auk tenginga við sveitarfélög en að línan yfir Gæsavatnaleiðina verði geymd þar til síðast. Nú þegar hefur verið hafin vinna við að mæla línuna yfir Kjöl og tengingar við sveitarfélög á Suðvesturhorninu sem ekki hafa verið tengd við hæðarnetið. Framgangur þessara mælinga ræðst þó að mestu leyti á þeim fjármunum sem settir eru í verkið.

Einnig er verið að skoða hvort hægt sé að auka afköstin við mælingarnar og er þá helst horft til svokallaðra trigónómetrískra aðferða sem fela í sér að hæðarmunur er mældur með nákvæmum horna- og lengdarmælingum í stað hefðbundinna fínhallamælinga.

13

ITRF = International Terrestrial Reference frame

14

EGM2008 = Earth Gravitational Model 2008. EGM2008 er líkan af þyngdarsvið jarðar sem unnið er út frá þyngdarmælingum úr gervitunglum og á jörðu.

15

GOCE = the Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explore

16

EGU = European Geosciences Union

Nákvæmni þessara mælinga er minni en fyrir fínhallamælingar en niðurstöður KMS<sup>17</sup> í Danmörku sýna að nákvæmni er um 3 mm vkm þegar fullkomnar alstöðvar með nákvæmni upp á 1" nákvæmni í hornamælingum og 1 mm +1 ppm nákvæmni í lengd eru notaðar. Afköstin eru hins vegar um 12.5-15 km á dag fram og til baka (Schmidt, K. Og Jepsen, C. 1999) en KMS notast við sérútbúna bíla við þessar mælingar. Helsti kosturinn við þessar mælingar eru að sigtisfjarlægðin í þessum mælingum getur verið allt að 250-300 m þannig að hægt væri að mæla 1 km með því að stilla mælitæki einungis tvisvar sinnum upp og flytja mælibúnað á milli í bílum. Til samanburðar þarf að stilla fínhallamælitæki upp um 12-14 sinnum á 1 km á sléttu landi sé miðað við 35-40 m fjarlægð frá tæki til hallamælistangar. Í fínhallamælingum eykst fjöldi uppstillinga umtalsvert ef verið er að mæla í mishæðöttu landi sem er óþarfi þegar notast er við hornamælingar. Búnaðurinn til þessara mælinga er þó talsvert dýrari auk þess sem meiri undirbúningur er nauðsynlegur fyrir mælingarnar. Þessi kostnaður er þó fljótur að borga sig upp jafnvel þótt afköstin yrðu aðeins helmingurinn af afköstum KMS eða um 7.5 km á dag því eins og áður hefur verið sagt eru afköstin með fínhallamælingum að jafnaði um 2.5 km á dag og á góðum dögum geta þau verið á bilinu 4-6 km. Tilraunir með trigónómetriskar mælingar í landshæðarnetinu eru áætlaðar á árinu 2012 og í framhaldinu verður tekin ákvörðun um hvort þær verði notaðar að hluta til eða að öllu leyti til að ljúka við mælingar á landshæðarnetinu.

## Ný geóíða

Rökrétt framhald af útgáfu á landshæðarkerfi er að reikna nýja geóíðu fyrir Ísland. Samanburður á hæðum frá bestu núverandi geóíðu af Íslandi NKG96 við ISH2004 leiðir í ljós mun upp á á bilinu -14.9 cm upp í 8.8 cm. Þessar skekkjur eru þó ekki handahófskenndar og má ætla að innbyrðisnákvæmni sé eitthvað betri. Gæði NKG96 eru samt ekki nógu góð til þess að hægt sé að nota hana sem tengingu á milli sporvöluhæða mældum með GPS og ISH2004.

Árið 2010 var gerður samningur við DTU Space<sup>18</sup> um að reikna nýja geóíðu af Íslandi þegar niðurstöður af nýju hæðarkerfi lægju fyrir. Markmiðið er að reikna geóíðu með um 2 cm nákvæmni og telja sérfræðingar DTU space það raunhæft markmið m.v. þau gögn sem til eru af Íslandi og þær framfarir sem hafa átt sér stað síðan síðasta geóíða var reiknuð. Vinna við nýja geóíðu hófst haustið 2011 og ætla má að ný geóíða verði gefin út árið 2012. Notast verður við þyngdargögn OS, þyngdarmælingar í hæðarnetinu, þyngdarmælingar frá háskólasamfélaginu og fleiri gögn sem fallið hafa til síðan síðasta geóíða var reiknuð. Þá verður notast við ísþykktargögn af jöklum frá Jöklahópi Jarðvísindastofnunar Háskólans og nýtt og endurbætt hæðarlíkan af Íslandi úr IS 50V. Geóíðan verður svo felld að ISH2004 GPS-mældum hæðarpunktum. Hægt verður að átta sig að nokkru leyti á nákvæmni geóíðunnar þegar hún er felld að GPS-mælingunum en einnig er nauðsynlegt að gera prófanir á svæðum þar sem finna má fínhallamælingar sem ekki hafa enn verið tengdar við hæðarkerfið og er þá helst horft til svæða sem áætlað er að mæla næsta sumar á Kili og Reykjanesi auk þess sem hægt er að nota mælingar meðfram Lagarfljóti og að Kárahnjúkum til þess að kanna nákvæmnina. Þegar þessum mælingum er lokið er hægt að fullyrða um hversu mikil nákvæmni er á nýju geóíðunni miðað við ISH2004 og gefa hana út sem nýja opinbera geóíðu fyrir Ísland.

17

KMS = Kort & Matrikelstyrelsen

18

DTU Space = Danmarks Tekniske Universitet Space Center



## Lokaorð

Uppbygging sameiginlegs hæðarkerfis fyrir Ísland er eitt stærsta landmælingaverkefni sem ráðist hefur verið í hér á landi. Þrátt fyrir þann langa tíma sem verkefnið hefur tekið væri það líklega ekki komið jafn langt nema fyrir gott samstarf Vegagerðarinnar, Landsvirkjunar og Landmælinga Íslands. Einnig var framlag FGI til verkefnisins mjög verðmætt þar sem aldrei áður hefur verið ráðist í útreikninga á svo umfangsmiklu hæðarkerfi hér á Íslandi. Við uppbyggingu og útreikninga á hæðarkerfinu hefur skapast þekking og reynsla sem ekki var áður til staðar hér á landi og hægt er að byggja á henni við áframhaldandi uppbyggingu og viðhald á hæðarkerfinu í framtíðinni.

Mikilvægt er að halda áfram uppbyggingu á hæðarkerfinu og tengja sem flest sveitarfélög við það auk þess að klára mælinurnar yfir Kjöl og Gæsavatnaleið til þess að styrkja kerfið. Þá er nauðsynlegt að fylgjast með og viðhalda hæðarnetinu. Sérstaklega þarf að fylgjast með hæðarbreytingum vegna jarðfræðilegra aðstæðna á Íslandi. Einnig þarf að fylgjast með stöðu fastmerkja í hæðarnetinu og gæta að því að þau séu ekki fjarlægð án þess að önnur merki sé sett niður í staðinn og tengd við hæðarkerfið. Þá er þarft að skoða aðrar aðferðir til þess að auka afköst við ákvörðun á hæðarmun á milli fastmerkja. Þar er sérstaklega horft til trígónómetrískra mælinga.

Ákvörðun á nýrri geóíðu er svo rökrétt framhald af útgáfu á nýju hæðarkerfi enda hagkvæmt að geta tengt sporvöluhæðir mældar með GNSS tækni við landshæðarkerfið. Fyrstu skefin hafa þegar verið tekin í samstarfi við DTU Space og má búast við því að geóíða með um 2-3 cm nákvæmni verði gefin út síðar á árinu 2012.

Að lokum ber að þakka þeim fjölmörgu sem hafa komið að verkefninu með einum eða öðrum hætti. Þetta eru stofnanir, sveitarfélög, starfsmenn og þeir sem gefið hafa leyfi til þess að setja fastmerki í hús sín eða hafa aðstoðað mælingafólk á einn eða annan hátt.

## Heimildaskrá

- Bannister, A., Raymond, S., Baker, R. (1998). Surveying 7th Edition (1998). Longman. England.
- Borre, K. (1993). Landmáling 2. udgave. Kai Borre, Ålaborg.
- Bragi Guðmundsson, Ingvar Þór Magnússon, Baldur Bjartmarsson, Róbert Dan Jensson, Gunnar Þorbergsson, Jón S. Erlingsson, Theodór Theodórsson, Magnús Karl Torfason, Páll Einarsson, Vigfús Erlendsson, Jón Þór Björnsson og Vilhjálmur Grimsson (1993). Landmælingar, Lokaskýrsla vinnuhóps. Landmælingar Íslands. Reykjavík.
- Featherstone, W.E. and Kuhn, M. (2006). Height systems and vertical datums: A review in the Australian context. *Journal of Spatial Science* 51 (1): 21-42.
- Forsberg, R. (2001). Development of a Nordic cm-geoid – with basics of geoid determination. Lecture Notes for NKG Summer School, Fevik, Norway, August 2000.
- Galabalda, G., Bonvalot, S., Hipkin, R., 2003. CG3TOOL: An interactive computer program to process Scintrex CG3/3M gravity data for high resolution applications. *Computers and Geosciences*, Mars 2003, Vol 29, Issue 2, bls 155-171.
- Guðmundur Valsson (2010). Kvörðun sjávarfallamæla 2008-2009. Landmælingar Íslands, Akranes.
- Guðmundur Valsson, Þórarinn Sigurðsson, Christof Völksen, Markus Rennen (2007). ISNET2004. Niðurstöður úr endurmælingum Grunnstöðvanet Íslands. Akranes: Landmælingar Íslands.
- Guðmundur Valsson, Þórarinn Sigurðsson, Jaakko Mäkinen, Veikko Saaranen, Jón S. Erlingsson, Theodór Theodórsson (2011): Landshæðarkerfi Íslands ISH2004. Akranes: Landmælingar Íslands. ([www.lmi.is](http://www.lmi.is))
- Gunnar Þorbergsson, Ingvar Þór Magnússon, Guðmundur Pálmason (1993) Gravity Data and a Gravity Map of Iceland. Orkustofnun, Reykjavík.
- Heiskanen, W.A. og Moritz, H. (1967). *Physical Geodesy*, W.H. Freeman and Company, San Fransisco.
- Hofmann-Wellenhof, B. and Moritz, H. (2005). *Physical Geodesy*, SpringerWienNewYork, New York.
- IGC (1988). International Absolute Gravity Basestation Network (IAGBN). Absolute Gravity Observations, Data Processing Standards & Station Documentation (Int. Grav. Com.-WGII: World Gravity Standards) Bulletin d'Information, Bur. Grav. Int. 63, 51–57.
- Ingvar Þór Magnússon (1997). ISNET. Hæðarmælingar til stöðva í grunnstöðvaneti sumarið 1994. Landmælingar Íslands. Reykjavík.
- Kouba, J. Possible Specification of a Local or Regional Vertical Datum (2006). Í Univ.-Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. Günter Seeber anlässlich seines 65. Geburtstages und der Verabschiedung in den Ruhestand. *Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Universität Hannover* Nr. 258: 101-106.

Kukkamäki, T.J. (1939). Formeln und Tabellen zur Berechnung der nivellitischen Refraktion. Publ. 27, Finnish Geodetic Institute, Helsinki.

Kukkamäki, T.J. (1938). Über die nivellitische Refraktion. Publ. 25, Finnish Geodetic Institute, Helsinki.

Longman, I.M., (1959). Formulas for computing the tidal acceleration due to the moon and the sun. *Journal of Geophysical Research* 64, 2351-2355.

Meyer, Thomas H., Roman, Daniel R., and Zilkoski, David B., "What Does Height Really Mean?" (2007). Department of Natural Resources and the Environment Monographs. [http://digitalcommons.uconn.edu/nrme\\_monos/1](http://digitalcommons.uconn.edu/nrme_monos/1).

Molodensky, M. (1945). Fundamental problems of geodetic gravimetry (upprunalega á rússnesku), Technical Report TRUDY Ts 42, Geodezizdat Novosibirskiy Institut Inzhenerov Geodezii, Aerofotos yemki I Kartografi (NIIGAIK), Moskva.

Montgomery, D., Peck, E., Vining, G. (2001). *Introduction to Linear Regression Analysis* 3rd ed. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Mäkinen, J., Ihde, J.: *The Permanent Tide in Height Systems* (2007). Í Sideris, M.G. (ritstj.) *Observing our Changing Earth: International Association of Geodesy General Assembly, 2007*, Volume 133, 81-87. Springer Verlag, Berlín.

Niemeier, W.: *Ausgleichsrechnung* (2002). De Gruyter, Berlín.

Ragnar Árnason (1972). Hæðarmælingar á Íslandi. Í *Landmælingar á Íslandi. Ráðstefna Verkfræðingafélags Íslands* 7. Maí 1971 (bls.45-50). Verkfræðingafélag Íslands, Reykjavík.

Rennen, M. (2005). *The Connection of Icelandic Stationary Tide Gauges to the National Reference Network*. Landmælingar Íslands, Akranes.

Rothacher, M. (2002): *Estimation of Station Heights with GPS*. Í Drewes, H., Dodson, A., Fortes, L.P.S., Sánchez, L., Sandoval, P. (Ritstj.) *Vertical Reference System: IAG Symposium Caragene, Colombia* 20-23. febrúar, 2001 (bls. 81-90). New York: Springer Verlag.

Schmidt, K. (2000). *The Danish height system DVR90*. Kort & Matrikelstyrelsen. Kaupmannahöfn.

Schmidt, K., Jepsen, C. (1999). *The use of motorised trigonometric levelling (MTL) in Denmark*. Í (Lilje, M. Ritstj.) *Geodesy and Surveying in the Future, The Importance of Heights*. Landtmäteriet, Gävle.

Scintrex User's Guide: CG-3/3M gravity meter. Scintrex Ltd., Concord, Ontario, 1995.

Smith, W. H. F., Wessel, P. (1990). *Gridding with continuous curvature splines in tension*, *Geophysics*, 55, 293-305.

Takalo M., Rouhiainen P. (2004). *Development of a System Calibration Comparator for Digital Levels in Finland*. *Nordic Journal of Surveying and Real Estate Research*.

Theodór Theodórsson, Jón S. Erlingsson, Þórarinn Sigurðsson (2004). Landshæðarnet ISH90. Fínhallamælingar með hringvegi. Landsvirkjun, Reykjavík.

Torge, W. (1989). Gravimetry. De Gruyter, Berlín.

Torge, W. (2001). Geodesy 3rd Edition. De Gruyter, Berlín.

Saaranen, V., Lehmuskoski, P., Rouhiainen, P., Takalo, M., Mäkinen, J., og Poutanen, M. (2009). The New Finnish Height Reference N2000. (2009). Í Drewes, H. (ritstj.) Geodetic Reference Frames: International Association of Geodesy Symposia, 2009, Volume 134, Part 5, 297-302. Springer Verlag, Berlín.

Ågren, J., Svensson, R. (2007). Postglacial Land Uplift Model and System Definition for the New Swedish Height System RH 2000. Lantmäteriet, Gävle

## Vefsíður

<http://www.soest.hawaii.edu/GMT/gmt/doc/gmt/html/man/surface.html>

[www.esa.int/goce](http://www.esa.int/goce)

[http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08\\_wgs84.html](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html)

## Summary

The discussion about unified vertical reference system for Iceland dates back to 1971 when the Icelandic Engineering Association concluded that it would be desirable to measure such system for Iceland with accuracy up to 1 mm / km. Systematic efforts did not begin, though, until 1992 with the development of a common vertical reference system for Iceland. The work began when a surveyor's group was formed by the Ministry for the Environment. The group was formed in connection with, an experimental project about topography maps, vegetation maps and geographical information system in 1991. The group recommended that about 3000 km would be surveyed with precise levelling along the highways and highland roads and the network would be connected to urban areas, tide gauges and older height networks. It was decided that the accuracy of the network should correspond to 2° and 3° height network (3.2 mm √ km and 3.2 mm √ km) and digital precise levelling instruments and calibrated Invar Rods would be used for the project. It was assumed that the distance between the fixed benchmarks would be 0.5-2 km, depending on the environment. Carrying out gravity and GPS measurements with 3-5 km interval in the network was also recommended. It was anticipated that the work would take 5 years but the measurements are still ongoing. The main reason is that the plan suggested that 3 groups of surveyors would be operated during the summers. This has not been the case. The productivity of the groups was expected to be 3 km per day but it has been closer to 2.5 km per day.

The first measurements in the network were made in 1992 when the Icelandic Road Administration began its measurements. The Icelandic Road Administration has carried out measurements since 1994. Landsvirkjun joined the project in 1998 and took part in it until 2005. The National Land Survey of Iceland has been involved in the project since 1999. 2800 km have been measured in the network and about 4000 benchmarks.

GPS and gravity measurements have been performed in the vertical reference network. Spacing between the benchmarks is 6-8 km and not 3-5 as in the original plans. Benchmarks have been measured with GPS at all survey lines in the network. Approximately 330 points. Gravimetric measurements of all lines except Suðurstrandarlína have been completed. Approximately 300 points.

In autumn 2007 a decision was made to examine the possibility on calculating the first version of the vertical reference system for Iceland from the measurements that had already been performed since there is no way to know in advance when the measurements for the entire network will be completed. After consultation with Jaakko Mäkinen specialist in height systems at the Finnish Geodetic Institute the National Land Survey of Iceland decided to undertake the work. FGI offered it's assistance with the calculations which the National Land Survey of Iceland welcomed.

Preparations began in the summer of 2008. The first step was to gather all original data files and make sure that all data were available. After that, all data were converted to a uniform format and tables with all necessary information for each survey line were made. Parallel to this the data was quality checked to verify whether the file conversion was correct and if, when measured back and forth, it was within the quality demands of the network. It was also examined if information about measuring rods, temperature and date of measurements were available and the data was added if needed. Heights were then roughly calculated and comparisons made on the benchmarks that had been measured with GPS to make sure that all measurements were connected correctly in the table. Thereafter, the levelling measurement data was ready for processing. The first step in the processing was to perform rod adjustments and corrections for height changes due to land uplift and subsidence. Then the first adjustment was run to see how the measurement lines would fit together. The next step was to add gravity measurements into the calculation.

## REGLUGERÐ

### um landshæðarkerfi Íslands ISH2004.

#### I. KAFLI

##### Markmið.

###### 1. gr.

Markmið reglugerðar þessarar er að viðhalda og staðfesta landshæðarkerfi Íslands og tryggja þannig sameiginlegt hæðarkerfi fyrir allt landið. Jafnframt er markmiðið að auðvelda öll samskipti og samvinnu um kort og landfræðileg gögn er tengjast m.a. verklegum framkvæmdum, skipulagi og landupplýsingakerfum.

###### 2. gr.

Landmælingar Íslands annast innleiðingu viðmiðana og staðla um landmælingar og kortagerð og leiðbeiningar um notkun þeirra. Stofnunin ber ábyrgð á landshæðarkerfi Íslands og sér um að tryggja viðhald og nákvæmni þess sbr. lög um landmælingar og grunnkortagerð nr. 103/2006.

Stofnunin skal hafa tiltækar grunnupplýsingar um landshnitakerfi Íslands. Stofnunin skal einnig hafa upplýsingar um hver hafi framkvæmt mælingar, áreiðanleika þeirra og aðgengi.

#### II. KAFLI

##### Hæðarviðmiðun ISH2004.

###### 3. gr.

Landshæðarkerfi Íslands ISH2004 uppfyllir eftirfarandi skilyrði:

- (1) Hæðarviðmiðunin ISH2004 er skilgreind sem jafnmættisýfirborð þar sem þyngdarmætti jarðar er fasti:

$$W_0 = W_{0E} = \text{fasti}$$

og í samræmi við meðalsjárvarhæð í Reykjavík á tíma 2004.6.

- (2) Lengdareining ISH2004 er metri (SI). Tímaeiningin er sekúnda (SI). Þessi kvarði er í samræmi við jarðmiðjutíma (TCG) tímahnit fyrir staðbundinn jarðmiðjuramma, í samræmi við ályktun alþjóðlegu stjörnufræðisamtakanna (IAU, International Astronomical Union) og alþjóðlegu landmælinga- og jarðeðlisfræðisamtökin (IUGG, International Union of Geodesy and Geophysics) (1991). Þetta er fengið fram með viðeigandi afstæðislíkani.

- (3) Hæðarþátturinn er munurinn  $\Delta W_P$  milli þyngdarmættisins  $W_P$  í gegnum punkt P og þyngdarmættisins  $W_{0E}$  fyrir ISH2004. Mættismunurinn  $-\Delta W_P$  er kölluð jafnmættistala  $c_P$ .

$$-\Delta W_P = c_P = W_{0E} - W_P$$

Hæðir í ISH2004 eru normalhæðir og eru jafngildar jafnmættistölum að því tilskildu að viðmiðunarþyngdarsvið sé tilgreint. Skilgreiningu á normalhæðum er að finna í I. viðauka.

- (4) ISH2004 er „zero tidal“ kerfi í samræmi við ályktanir alþjóðlegu landmælingasamtakanna (IAG, International Association of Geodesy) nr. 9 og 16 sem teknar voru upp í Hamborg árið 1983.

#### III. KAFLI

##### Landshæðarnet.

###### 4. gr.

Landshæðarkerfi Íslands (ISH2004) byggir á mælingum á 3544 fastmerkjum sem mæld hafa verið frá árinu 1992, sbr. II. viðauka með reglugerð þessari.

## 5. gr.

Landmælingar Íslands skulu vinna að því að bæta landshæðarkerfið með því að fjölga fastmerkjum og svæðum sem landshæðarnetið nær yfir.

## 6. gr.

Landmælingar Íslands skulu sjá um viðhald og eftirlit með landshæðarnetinu. Skal stofnunin sjá um endurmælingu fastmerkja eftir því sem ástæða er til. Verði höggun á landi eða landshlutum skal sá hluti netsins sem höggunin tekur til mældur að nýju með viðeigandi mæliaðferðum og tækjabúnaði eins fljótt og aðstæður leyfa.

## 7. gr.

Landmælingar Íslands skulu mæla viðmiðunarfastmerki, skv. III. viðauka, með gervihnatta-leiðsögukerfistækni (GNSS, Global Navigation Satellite System), á um 10 ára fresti.

## IV. KAFLI

**Fastmerki í landshæðarneti.**

## 8. gr.

Fastmerki í landshæðarnetinu skal vera varanlegt, helst málbolti úr ryðfríu efni. Skal það merkt greinilega með númeri, ártali og einkennisstöfum stofnunar eða fyrirtækis sem framkvæmir mælinguna.

## 9. gr.

Númer fastmerkja má vera allt að átta stöfum. Skulu tveir einkennisstafir þess aðila sem setur upp stöðina vera fremst og síðan allt að sex stafa tala. Seinni hluti nafnsins má þó þegar sérstaklega stendur á vera allt að átta stafa. Hafa skal samráð við Landmælingar Íslands um notkun einkennisstafa.

## 10. gr.

Gera skal lýsingu á fastmerki þegar það er sett upp. Skal hún vera glögg og greinargóð þannig að hægt sé á auðveldan hátt að finna merkið og meta notkunarmöguleika þess. Lýsingunni skal halda við og breyta jafnóðum ef ástæða er til, svo sem vegna breytinga á leið að fastmerki eða næsta nágrenni hennar. Lýsingar á fastmerkjum skulu vera aðgengilegar á heimasíðu Landmælinga Íslands.

## 11. gr.

Við innmælingu á nýjum punkti skal tvímælt frá punkti með þekktri hæð í ISH2004 þannig að ekki muni meira en  $3.2 \cdot \sqrt{\text{vegalengd}[km]}$  mm þegar mælt er fram og tilbaka. Senda skal innmælinguna til Landmælinga Íslands á stafrænu formi.

## 12. gr.

Þurfi að færa til fastmerki í hæðarnetinu eða fjarlægja það skal það gert í samráði við Landmælingar Íslands og á kostnað framkvæmdaraðila. Komi í ljós að fastmerki hafi verið fjarlægt án samráðs við Landmælingar Íslands skal sá sem ber ábyrgð á því að merkið er fjarlægt greiða allan kostnað af innmælingu nýs merkis í landshæðarnetið.

## 13. gr.

Endurmerkja skal fastmerki þegar það hefur verið fært til, það raskast eða glatast. Endurmerkingu má aðeins framkvæma með samþykki Landmælinga Íslands sem mun hafa samráð við þá stofnun eða fyrirtæki sem upphaflega merkti mælistöðina.

## 14. gr.

Ef fastmerki er endurmerkt skal það fá nýtt nafn í samræmdu númerakerfi Landmælinga Íslands, sbr. 9. gr.



V. KAFLI  
**Ýmis ákvæði.**

15. gr.

Landmælingar Íslands skulu veita nánari upplýsingar og leiðbeiningar um landshæðarkerfið, svo og um önnur atriði sem reglugerð þessi fjallar um.

16. gr.

Reglugerð þessi er sett samkvæmt heimild í 9. gr. laga um landmælingar og grunnkortagerð nr. 103/2006.

Reglugerðin öðlast þegar gildi.

*Umhverfisstjórnuneytinu, 22. desember 2011.*

**Svandís Svavarsdóttir.**

---

*Magnús Jóhannesson.*

B - deild - útgáfud. : 15. febrúar 2012

